

◆ 必要条件，十分条件の区別の仕方がわからない。

回答

『 $ab = 0$ は、「 $a = 0$ かつ $b = 0$ である」ための必要条件，十分条件のどちらですか』というような問題で、「必要」なのか「十分」なのかをどのように判断していいのかわからないというような質問だと思います。

この問題では，次のような2つの数 a, b についての2つの命題

- ① 「 $ab = 0$ である」ならば「 $a = 0$ かつ $b = 0$ である」
- ② 「 $a = 0$ かつ $b = 0$ である」ならば「 $ab = 0$ である」

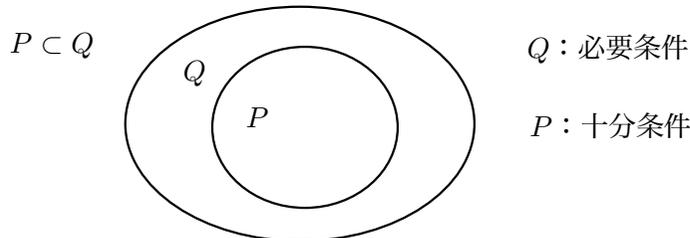
を考えると，①はすべての数 a, b について正しいとはいえないが，②はすべての数 a, b について正しいので，

「 $ab = 0$ 」は、「 $a = 0$ かつ $b = 0$ である」ための必要条件であるが，十分条件でない。という判断をします。

「 $a = 0$ かつ $b = 2$ 」のときは「 $a = 0$ かつ $b = 0$ である」は正しくないが，「 $ab = 0$ 」は正しいので，①が正しくないような2つの数 a, b があります。このような例を反例といいます。

「 p ならば q 」が正しいとき， p は q であるための十分条件であり， q は p であるための必要条件である。

と教科書や参考書には書いてあります。次のような集合の図を使って



と説明することもよくあります。 q が p から導かれるとき，命題 p を満たすものの集合 P は，命題 q を満たすものの集合 Q に含まれると考えます。しかし，この説明では「具体的なイメージがわからない」という質問を受けることがあります。

教科書などでは，例として「 $x = 3$ ならば $x^2 = 9$ 」は正しいが，「 $x^2 = 9$ ならば $x = 3$ 」は正しくないで，「 $x = 3$ は $x^2 = 9$ であるための十分条件であるが必要条件でない」と説明しています。

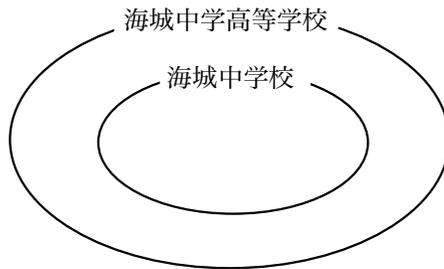
そして「 $x = 3$ ならば $x^2 = 9$ であることは十分に成り立つ」とか「 $x^2 = 9$ であることは $x = 3$ であるために必要である」とか説明するのですが，日常生活でそんな表現はしないので，わかりにくいのかもかもしれません。

そこで、こんな例を考えてみました。

(例) 海城中学高等学校の生徒であることは、海城中学校の生徒であるための**必要条件**であるが**十分条件**でない。

(理由) 海城高校の生徒も海城中学高等学校の生徒であるので、海城中学校の生徒であるとは限りません。

したがって、「海城中学高等学校の生徒であること」は「海城中学校の生徒である」ために**必要な条件**ではありますが、それだけでは**十分ではありません**。



それでは、「海城中学高等学校の生徒であること」以外にどんな条件をつけ加えれば、「海城中学校の生徒であること」になるでしょう。

簡単な方法は、「中学生である」という条件を加えればいいでしょう。

「海城中学高等学校の生徒であり、かつ中学生であること」が正しければ、「海城高校の生徒」ではないので、「海城中学校の生徒である」ことになります。

つまり、「海城中学高等学校の生徒であり、かつ中学生であること」は「海城中学校の生徒である」ための十分条件になります。しかも、

③ 「海城中学校の生徒である」ならば「海城中学高等学校の生徒である」

④ 「海城中学校の生徒である」ならば「中学生である」

という2つの命題③、④も正しいので、

⑤ 「海城中学校の生徒である」ならば「海城中学高等学校の生徒であり、かつ中学生である」

という命題⑤も正しいことがわかります。

したがって、「海城中学高等学校の生徒であり、かつ中学生である」ことは「海城中学校の生徒である」ための必要条件にも十分条件にもなっています。

このように、必要条件でも十分条件でもあることを「**必要十分条件**である」といいます。つまり、「海城中学高等学校の生徒であり、かつ中学生である」ことは「海城中学校の生徒である」ための**必要十分条件**であることになります。

他にも身近な例で、必要条件や十分条件になる例があると思います。数学では、

$$ab = 0 \quad \text{や} \quad x = 3 \quad \text{や} \quad x + 2 > 7$$

などの等式や不等式に置き換えたり、

「 $\triangle ABC$ は正三角形である。」

などの幾何の命題に書き換えたりして考えていますが、「 p ならば q 」という形の推論（結論を導く方法）は理科・社会・国語などいろいろな教科でも使います。