

## 数学科だより VOL③

平成 25 年 9 月 15 日発行

### 目次

- § 1. 第 4 回数学科夏期リレー講座開講される
- § 2. 第 5 回『マス・フェスタ』へ本校の高 2 生が参加
- § 3. 海城&YSFH 定期数学交流会（第 5 回）開催される
- § 4. 数学科短信

### § 1. 第 4 回数学科夏期リレー講座開講される

8 月 18 日から 6 日間、夏休み恒例の“数学科リレー講座”が行われました。4 回目となる今回は、受講者が 60 名余、参加教員も 13 名（ゲストとして物理科の古田教諭も参加）となり、過去最大規模にて行われました。

今回のテーマは『現代幾何学のひろがり』で、以下のプログラムで進行しました：

	テーマ
初 日	明日以降の聞きどころを探るガイダンス（ガウス・ボンネの定理の紹介など）
2 日目	非ユークリッド幾何学のモデル
3 日目	球面幾何学
4 日目	射影幾何学
5 日目	ミンコフスキー幾何学～特殊相対性理論を探る～ゲスト解説：物理科・古田教諭
最終日	エルランゲンプログラムについて

なお、講座の様子は、海城プレスに掲載しており、講義録は年内に学科ホームページに掲載する予定です。

（初日の模様は [http://www.kaijo-academy.jp/press/2013/08/post\\_659.html](http://www.kaijo-academy.jp/press/2013/08/post_659.html) に掲載）

#### 【初参加の柴山教諭（初日担当）の感想】

80 分という短い時間だったので、伝えなかった内容のすべてを話すことはできませんでした。しかし、2 日目以降に担当される先生方は、「その内容は私が説明するので任せてください」などと話され、頼もしい限りでした。そういったチームプレーがまさにこのリレー講座の“よさ”だと思います。リレー講座にとどまらず、種々の数学の話題を議論し合える環境がここ数学科にはあります。それを大切にして、普段の授業に活かしていきたいと考えています。

## § 2. 第5回『マス・フェスタ』へ本校の高2生が参加

8月24日、大阪天満橋の「エル・おおさか」にて、大阪府立大手前高校の主催にて標記の会合が行われました。

このマス・フェスタは、大手前高校や横浜サイエンスフロンティア高校など全国のSSH指定校に所属する、数学を愛好する高校生が参集して日頃の研究成果を披露しあうもので、今年是全国37校の発表校を数え、参加者も教員、来賓とも約700人を数える“祭典”です。SSHではない本校ですが、昨年に引き続き2回目の参加で、これは大手前高校宮城憲博先生をはじめ、諸先生方のご厚意によるもので、深くお礼申し上げます。

(昨年の様子は [http://www.kaijo-academy.jp/press/2012/08/post\\_507.html](http://www.kaijo-academy.jp/press/2012/08/post_507.html) に掲載)

今年、昨年度末に高1の授業で行われた「数学活用プレゼンテーション授業」(その概要は、啓林館機関誌「Focus Gold 通信 Vol.6」に掲載されています。リンク先は：[http://www.shinko-keirin.co.jp/keirinkan/tea/kou/sugaku/focus\\_gold/pdf/vol006.pdf](http://www.shinko-keirin.co.jp/keirinkan/tea/kou/sugaku/focus_gold/pdf/vol006.pdf))以来、研究を重ねている現高校2年生の井上、恩田、沼田、野崎の4君が口頭発表とポスターセッションの両方で参加し、皆様から種々の有益なアドバイスを頂戴できました。



(会場入口にて記念撮影)

今回の本校からの参加者の研究テーマは、沼田君と野崎君が、  
“穴が交差する多面体が種数いくつの曲面に同相なのか？”  
であり、恩田君は自身が「メビウスの花」と命名したいわゆる  
“トーラス結び目”  
で、井上君は折り紙にその素材を求めた  
“漸近的に線分を  $n$  等分する方法”  
でした。彼らの研究発表の概要は以下の通りです：

## 数学活用プレゼンテーション授業より

Considerations from a certain mathematics' textbook

沼田康平, 野崎唯維, 恩田直登, 井上立之

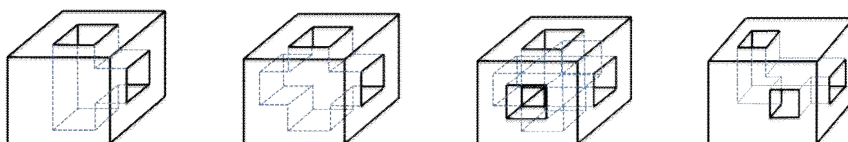
Kouhei Numata, Yui Nozaki, Naoto Onda, Tatsuyuki Inoue

### Abstract

We introduce three researches from classes using a new textbook, "Sugaku Katsuyo".

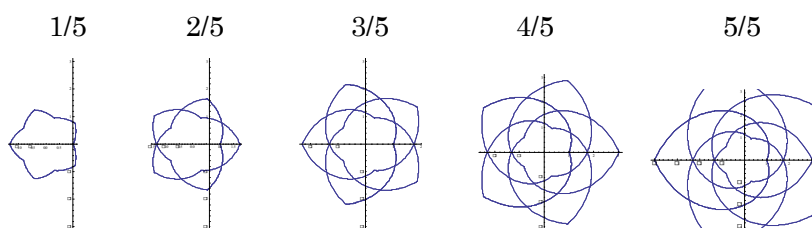
#### 1. オイラーの多面体定理の適用(沼田, 野崎)

多面体を三角形分割し, 頂点, 辺, 面の数を調べ, オイラーの多面体定理を適用し, 下図のような複雑な立体が何個の穴をもつ閉曲面に同相であるかを調べる. それにより, 穴の数(種数)についての予想を得ることができる.



#### 2. メビウスの立体帯(恩田)

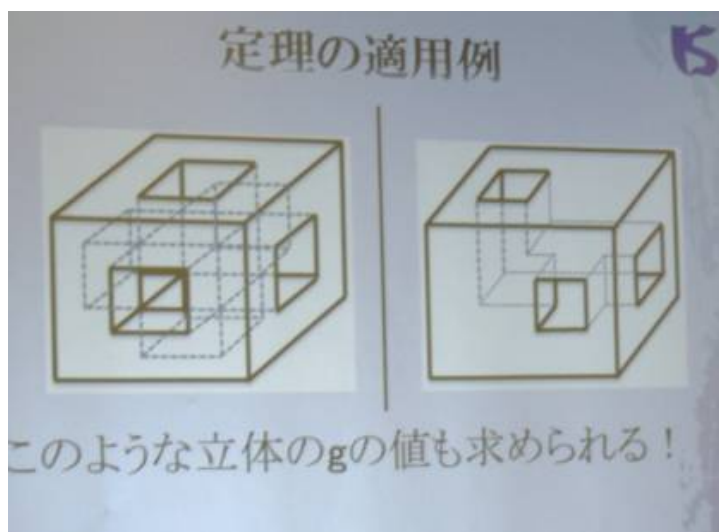
1. **目的** メビウスの帯を拡張する.
  2. **定義**  $n$  角柱の端を  $m/n$  回転させてつなげたものをメビウスの立体輪と定義する.
  3. **結果** メビウスの立体輪の辺を紐に見立てたときの結び目を考えると, ある規則的な図形が浮かび上がる;
- 3.1 **例** 5 角柱の端を  $m/5$  回転( $m=1,2,3,4,5$ )させたメビウスの立体輪の結び目は以下の通りになる;



#### 3. 任意の線分を $n$ 等分する方法(井上)

1. **目的** 線分を任意の数に等分する一方法を提示する.
2. **方法** 藤本修三氏考案の"漸近法"を援用し, 漸化式を立てることにより, 漸近法の作業における極限を求め, "漸近的に"  $n$  等分が可能であることを提示する.
3. **結果** その漸化式は一般化され, それを任意の数に適用する際に, 偶数の場合には 2 で割り, 奇数の場合は 1 を引くという作業を繰り返すことによって, どのように漸近法を適用すればよいか分かる. その作業を行う回数が  $n$  の自然数の個数はフィボナッチ数列の第  $n+1$  項と一致することが分かる.

1校につき13分の発表ゆえ、司会進行の野崎君が前口上を1分で述べ、残りの3人が4分ずつ発表を行いました。



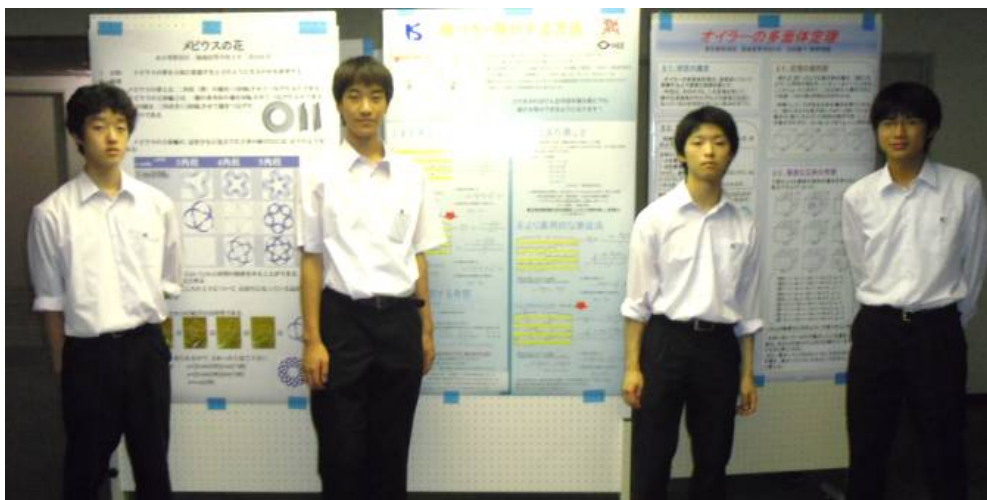
(沼田君の研究テーマ)

3人は、最も主張したいことは午後のポスターセッションに回し、口頭発表は自分たちの研究の魅力のアピールを“視覚”に訴え、得た結果を簡潔に述べることにとどめた、いうなればCMタイムに徹していました。果たして、この発表方法が意外に好評を得ていました。



(自作模型を効果的に用いて視覚に訴えた説明をする野崎、沼田両君)

このCMが奏功したのでしょうか、午後のポスターセッションでは多くの参加者が彼らのポスターに詰めかけ、一同、説明に追われていました。



(ポスターを前に)



(井上君のポスターセッション風景)



(恩田君のポスターセッション風景)





(沼田君のポスターセッション風景)

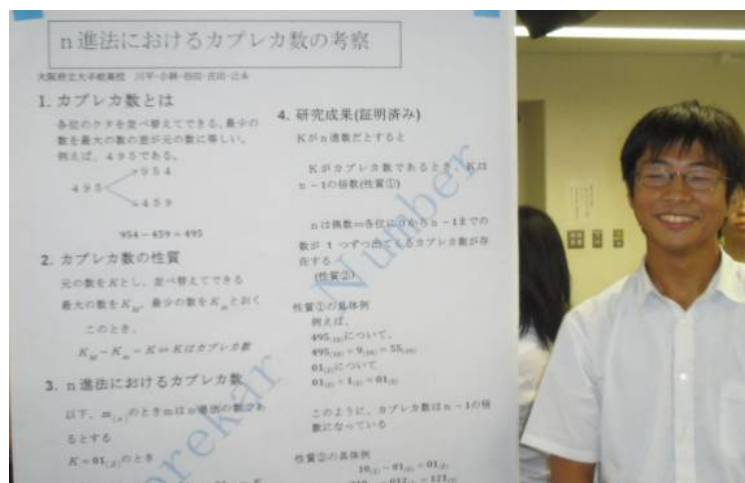
さて、4人は沢山のギャラリーの皆様への説明に追われていましたので、その代わりとなるべく、引率の編集子・川崎が他校の皆さんのポスターセッションに出かけました。

どの参加者も、懇切丁寧に説明してくださり、時に苦心談や研究成果が上がった時の感激ぶりも吐露され、実に有益なものでした。

そのなかで、編集子が特に感銘を受けた発表をいくつかご紹介いたします。

皆様、掲載を快諾頂きありがとうございます。

1. まず、主催校である**大阪府立大手前高校の川平さん**は“カブレカ数”の諸性質を探求されました。カブレカ数とは、例えば3ケタの自然数Nを例にとると、各桁の数字が異なれば3つの数字の順列は6通り考えられます。その最大数から最小数の差がNに等しい数のことです。たとえば、 $N=312$ なら、 $321-123=198$ であり、これはNとは異なるので312はカブレカ数とはなりません。ではどのような数がカブレカ数なのかといえば、例えば $N=495$ があります。なるほど、 $954-459=495=N$ となっています。ちなみに3ケタの自然数のカブレカ数はこの495しかないそうです。

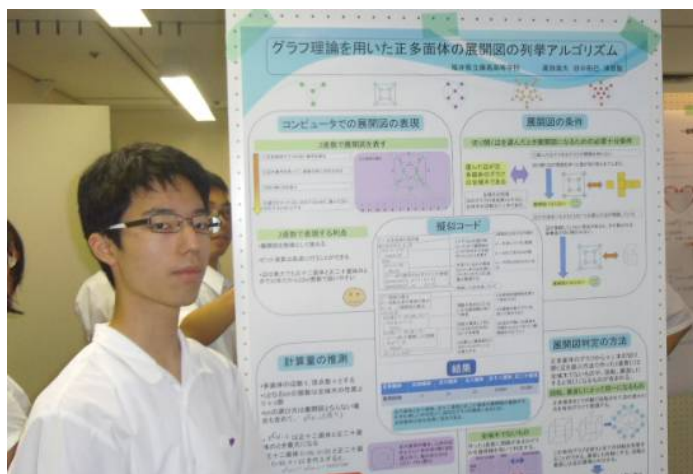


(川平さん)

2. 福井県立藤島高校の眞田さんは、グラフ理論を用いた正多面体の展開図の列挙アルゴリズムを研究されました。列挙した展開図の重複（回転で重なるなど）を避けるのは難しいことですが、排他的論理和や論理積、群論などを援用されそれに成功しました。眞田さん曰く、まずは正六面体の場合を手計算で行い、そこで様子をつかんで正十二面体や正二十面体についてはコンピュータを用いて計算したそうです。結果は興味深いもので以下の通りです：

正多面体	正四面体	正六面体	正八面体	正十二面体	正二十面体
展開図数	2	11	11	43380	43380

正多面体の“双対性”がこの結果からもみてとれることと思います。今後は、“グラフとしての同型類の個数”を決定したいそうで、大いに期待されます。



(眞田さん)

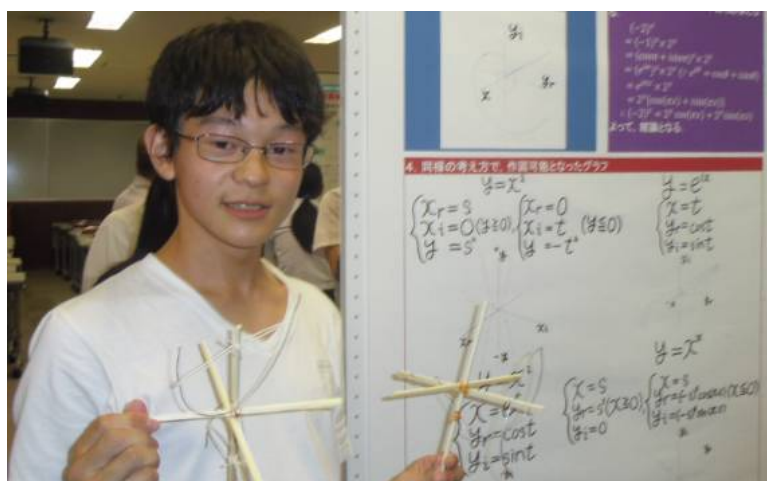
3. 長野県立屋代高校の市ノ瀬さんは、 $y = (-2)^x$  のグラフをなんとかして描いてみたいとの発想のもと、デカルト平面とガウス平面を組み合わせることでこれにチャレンジされました。解決のカギは、

$$\begin{aligned}
 (-2)^x &= (-1)^x \times 2^x \\
 &= (\cos \pi + i \sin \pi)^x \times 2^x \\
 &= (e^{i\pi})^x \times 2 \\
 &= 2^x \cos(\pi x) + 2^x i \sin(\pi x)
 \end{aligned}$$

なる式変形で、これにより、 $2^x = t$  とおくことにより、のパラメーター表示として次が得られることでグラフ化されます：

$$\begin{cases} x = \log_2 t \\ y_r = t \cos(\pi \log_2 t) \\ y_i = t \sin(\pi \log_2 t) \end{cases}$$

この手法を種々の関数に適用され、 $y = x^x$  のグラフなども  $x < 0$  のケースにおいてもグラフ化されています。



(市ノ瀬さん)

4. 大分県立豊府高校の松原さんは、“オイラー素数”の拡大を研究されています。

オイラー素数とは、 $N^2 + N + 41$  ( $0 \leq N \leq 39$ )をいいますが、 $N = 40, 41, 44, 49, 56, 65$ をこの2次式に代入すると素数ではなくなります。これを考察してみると、

$$40 - 40 = 0^2, 41 - 40 = 1^2, 44 - 40 = 2^2, 49 - 40 = 3^2, 56 - 40 = 4^2, 65 - 40 = 5^2$$

となっており、これより  $N = M^2 + 40$  と表されることが予想できます。実際、

$N^2 + N + 41$  に  $N = M^2 + 40$  を代入すると、

$$N^2 + N + 41 = (M^2 + M + 41)(M^2 - M + 41)$$

と因数分解されるので合成数と示されます。これをはじめとして、諸結果を出されており、 $N^2 + N + 41$  がいつ素数になるか?の予想まで辿りついておられます。この予想が解決されることを期待してやみません。



(松原さん)



5. 滋賀県立膳所高校の伊藤さん、西野さん、若木さんはゲームの理論を、いわゆるじゃんけんゲームの「グリコ」に適用し、「グリコ」を2人で行った時の“ナッシュ均衡”と、相手の戦略に対して最も期待利得が高くなる自分の戦略を調べられました。今後は、3人以上で「グリコ」を行う時のシュミレーションと、「グリコ」の必勝法を研究したいとのことです。



(膳所高校の皆さん)

午前9時から約7時間、夏の一大祭典は、主賓の先生方からの御講評と参加生徒の記念撮影で幕を閉じました。



(参加者一同による記念写真)

今夏もまた多くの生徒の皆さん、教員の皆様にご交友を頂戴することができました。皆様に心からの感謝を表します。ありがとうございました。

### § 3. 第 5 回 海城&YSFH 数学期交流会開催される

マスフェスタから2日後の8月26日の午後、海城&YSFH 数学期交流会在、横浜市鶴見区のYSFHにて行われました。

今回は、両校に加えて、前回に引き続き、広尾学園のご参加があり、そして、岐山高校卒の柳原さんが参加されました。柳原さんとは昨年のマスフェスタで編集子が知り合い、是非この会に参加したいとのことで、この日岐阜から駆けつけられました。

まずは、YSFHの栗原峰夫校長先生に開会のご挨拶を賜り、中山先生の司会で会が進行しました。今回も前回同様、約40名の参加者を数え、なおかつ以下のようなプログラムからなる盛況ぶりでした。

#### 第5回数学期交流会プログラム

- 14:00 開会 YSFH栗原峰夫校長先生ご挨拶
- 14:10~15:30 第一部 **マスフェスタ報告**
- YSFH 松澤さん「帽子の色あて問題の研究」
- 海城 沼田、野崎両君 「オイラーの多面体定理の適用」
- 恩田君 「メビウスの立体輪」
- 井上君 「任意の線分をn等分する方法」
- YSFH 紙谷さん「正七角形の作図道具の作成」
- 井上さん「折り紙による様々な計算の図示と視覚化」
- 15:50~16:40 第二部 **自由研究発表**
- 広尾学園 伊藤さん、宍倉さん、西堀さん
- 「循環小数とMidyの定理の証明」
- 海城 妹尾君 「数理の翼に参加して(前編)」
- 岐山卒 柳原さん「ピックの定理と $\pi$ の近似値計算」
- 17:00~18:00 第三部 **YSFHサイエンスリテラシーII 数学選択者ミニ中間発表会**
- 長尾さん「等高重心立体」
- 岡本さん「漸化式で解くk倍角の公式」
- 及川さん「大学入試問題の研究」
- 齋藤(健)さん「美術館問題の研究」
- 伊藤さん「サンクトペテルブルグのパラドクスとそれを用いた擬似乱数の研究」
- 松本さん「順路の研究」
- 齋藤(樹)さん「不確かなサイコロの不確かさを確かめる」
- 藤井さん「パスカルの三角形とフィボナッチ数列の拡張」
- 高野さん「なんでも偏差値」
- 18:00 閉会 参加教員ご挨拶

開会に先立ち、Y S F Hの栗原峰夫校長先生よりご挨拶を賜りました。



(Y S F H栗原校長先生)

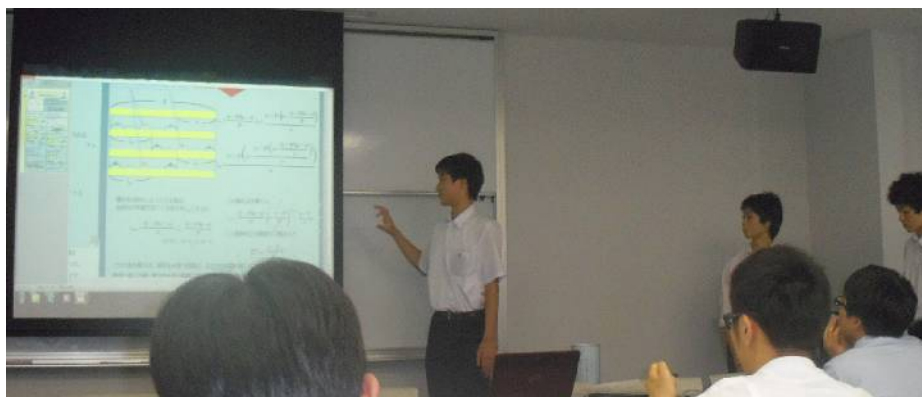
まずは、第一部のマスフェスタ報告会は、YSFHの松澤さんから「帽子の色あて問題の研究」が発表されました。帽子の色あてゲームとは、参加者全員から自分の見えている帽子の色についての発言を聞き、自分のかぶっている帽子の色を当てるもので、より詳細には、下の写真にあるように、階段上に人を配置し、ルールとしては、

①帽子の色は赤2つ、青(白)3つ②振り返っては行けない③分かった人は手を挙げる  
とし各自の考えをまとめるものです。今後はブール代数を援用して研究を発展させたい、とのことで大いに期待されます。



(松澤さん)

続いては、海城から沼田、恩田、井上の3君が登場。概要は§1で詳報しましたので省略しますが、コーヒープレイクの際、3君とも他校の参加者から数々のアドバイスを受けました。とりわけ沼田君は関連した新たな問題を提出され、その場で早速、考察を始めて意欲をみなぎらせていました。交流会の大きなメリットでありましょう。



(井上君、沼田君、恩田君)

続いて、ポスター発表として、YSFH の紙谷さんから、ご自身の開発した「正七角形の作図道具の作成」、同校の井上さんから、「折り紙による様々な計算の図示と視覚化」がそれぞれ発表されました。

お二人とも平面図形の初等的な性質から豊かな結果を得ており、いわゆる「数学活用」の視点からしても模範的な研究と申せましょう。編集子からは、それぞれ、「正17角形の作図道具」(原理的には作成可能とのこと)、「相反方程式の解の折り紙による表示過程の図式化」をリクエストしました。



(上：意見交換をする紙谷さんと本校の井上君 下：井上さん)

次に、今夏、栄えある「数理の翼」セミナーの参加者に選ばれ、福岡県大川市で数学研鑽を積んだ本校高1の妹尾君から、「数理の翼に参加して（前編）」として、同集會に応募した研究の一端を披露されました。詳細は次回の交流会で話が聞けるとのこと。今から楽しみです。



(本校の妹尾君)

ここで、コーヒープレイクとなりましたが、ご覧のとおり、早速、参加者同士で談論風発していました。



(コーヒープレイク中の2枚)



第二部は広尾学園の伊藤さん、宍倉さん、西堀さんによる

「循環小数と Midy の定理の証明」

の発表でした。ここで、Midy の定理とは、

$p$  を素数とし、 $g$  進数展開による循環節の長さが偶数であるような分数  $\frac{a}{p}$  において、その 2 分割数の和は  $g-1$  が並ぶ

というものです。例えば、 $a=2, p=13, g=7$  とした場合、すなわち、

$\frac{2}{13}$  を 7 進数展開すると、

$$\begin{aligned} 2 \times 7 &= 14 = 1 \times 13 + 1, & 1 \times 7 &= 7 = 0 \times 13 + 7, & 7 \times 7 &= 49 = 3 \times 13 + 10, \\ 10 \times 7 &= 70 = 5 \times 13 + 5, & 5 \times 7 &= 35 = 2 \times 13 + 9, & 9 \times 7 &= 63 = 4 \times 13 + 11, \\ 11 \times 7 &= 77 = 5 \times 13 + 12, & 12 \times 7 &= 84 = 6 \times 13 + 6, & 6 \times 7 &= 42 = 3 \times 13 + 3, \\ 3 \times 7 &= 21 = 1 \times 13 + 8, & 8 \times 7 &= 56 = 4 \times 13 + 4, & 4 \times 7 &= 28 = 2 \times 13 + 2, \\ 2 \times 7 &= 14 = 1 \times 13 + 1, & & & & \dots \end{aligned}$$

により、循環節は 103524563142 で長さは 12 であり、その 2 分割数の和は、

$$103524 + 563142 = 666666$$

で、なるほど定理に矛盾はないようです（宍倉さん作成の例です。有難うございます）。

今後は、分割の数を変えた場合でアナロジーを追ってみたいとのことで、興味深い結果がでてくることが予想され、大いに楽しみです。

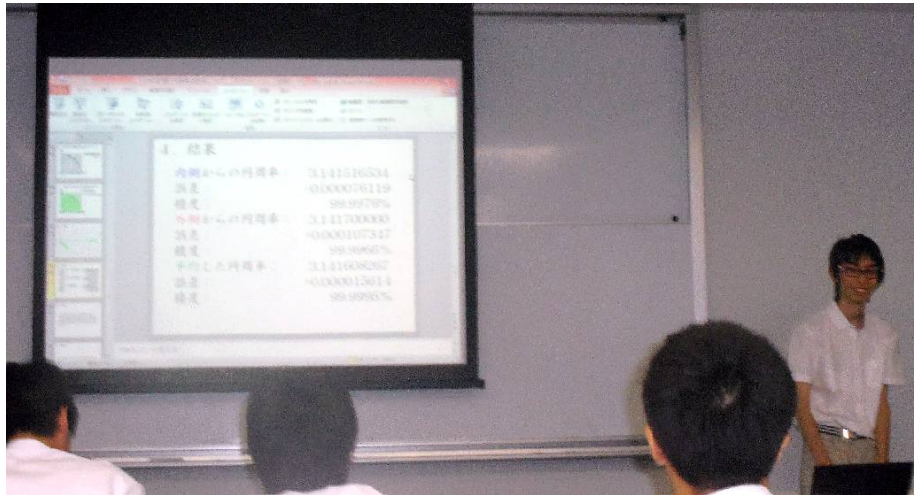


(広尾学園の皆さんによる発表)

そして、岐山高校の柳原さんの講演となりました。

柳原さんは岐阜県からの参加です。折角、岐阜から参加されるのでしたら、見学のみならず、昨年のマスフェスタで、YSFH の増田さんの研究とともに、編集子が感動した柳原さんの研究(円周率のオリジナルな求め方)を参加者に話して頂けないでしょうか、との編集子の求めに応じてくださり、「ピックの定理と  $\pi$  の近似値計算」を披露されました。

編集子の予想通り、反響は大きく、早速、本校の井上君らが種々、質問をして、円周率談義に花を咲かせていました。



(柳原さん)

第三部は、交流会初の試みである、YSFH 独自の授業プログラムである「サイエンスリテラシー」のうち、アイエンスリテラシーⅡの数学選択者によるミニ中間発表会が行われました。

このサイエンスリテラシーは、各自で研究テーマを探求し、論文にまとめるものです。今回は実に9人の皆さんから中間発表がありました。

「中間」発表ゆえ、詳細については触れないこととし、完成のあかつきにご紹介したいと考えております。

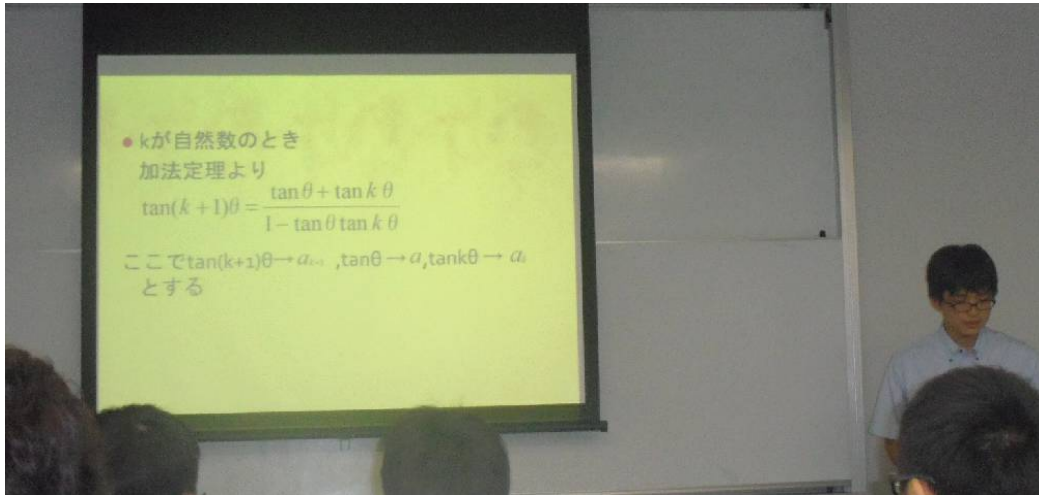
また、編集子の力量不足で、不案内な分野については軽々にコメントできませんので、以下では、この内の2つについての紹介に留まることをお許しください。

1. 岡本さんは、2006年度の京都大学の入試（後期）問題である

### 「 $\tan 1^\circ$ は有理数か」（答は無理数）

が研究のモチベーションになったという「漸化式で解く  $k$  倍角の公式」を発表されました。

この研究過程においては「でてくるはずのない純虚数が見かけ上でてくる」が出現します。これはあたかも、「3次方程式のカルダノの公式」に類似した話題であり、純虚数の存在の必然性のひとつとして、この結果が広く知られるとよいと思われました。



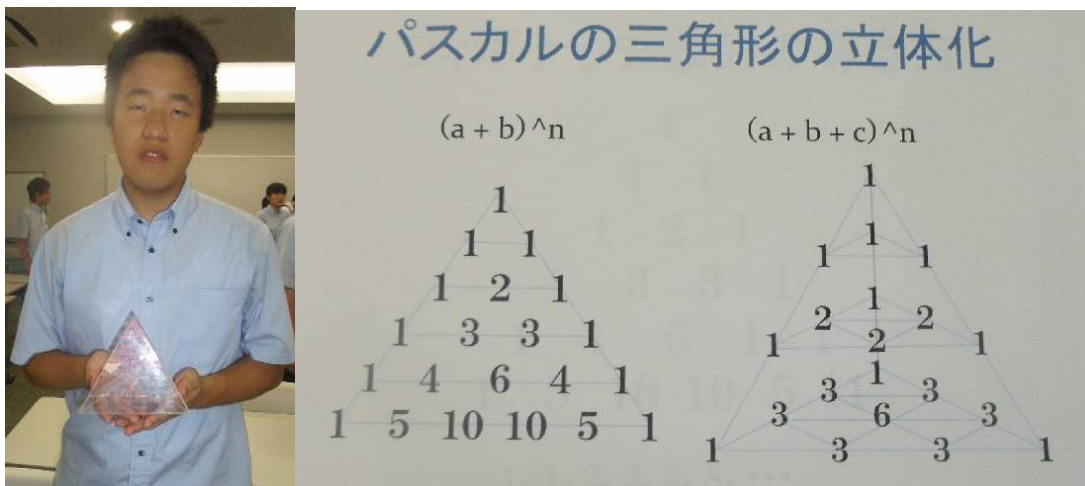
(岡本さん)

2. 藤井さんは、「パスカルの三角形とフィボナッチ数列の拡張」なるタイトルで発表されました。

非常に興味深い講演内容でしたが、とりわけ、圧巻だったのが、二項定理におけるパスカルの三角形の拡張版として、多項定理における各項の係数を手軽に求める立体模型の作成をされたことです。

これは実用性も高く、大変に勉強になりました。

藤井さんに習ったことを話した上で、是非、私の授業で紹介したいのですが、と依頼したところ、快諾され、スライドをプリントアウトしてくれました。授業での本校の生徒の反応が楽しみです。



(藤井さんと作成されたスライド)

2時から開始された今回の交流会も4時間に及び、しかしなお名残尽きない参加者たち。



(柳原さん(左)と本校山口君)

最後に恒例の集合写真を撮影して解散となりました。



(集合写真)

思えば、昨年のマスフェスタでY S F Hの増田さん(集合写真右下)と出会って丁度1年、交流会も広尾学園さんやゲスト講演者を迎え、益々充実したものとなつての第五回目を迎えることができたことに、Y S F Hの中山先生ともども感無量です。

最後に、参加者を代表して、岐阜から参加された柳原さんにコメントを頂きました：  
「約一年間、参加したいと思っていた海城&YSFHの交流会にようやく参加でき、非常に有意義な時間を過ごさせて頂きました。発表された皆さんの中で最年長でしたが研究内容はどれも興味深く、年の差関係無く語り合えたのはいい思い出になりました」

柳原さん、遠路を有難うございました。そして、参加者の皆さん、お疲れ様でした。

次回(第6回)は11月頃を予定しております。

中高生の皆さんの見学、講演をお待ちしています。参加希望の方は、海城側世話人である本稿編集子の川崎([kawasaki@kaijo.ed.jp](mailto:kawasaki@kaijo.ed.jp))へご連絡ください。実施日等の詳細が決まりましたらご連絡差し上げます。



## § 4. 数学科短信

1. この夏休み、本校高1の妹尾君が、「数理の翼・大川セミナー」に参加しました。  
このセミナーは、全国から40人ほどが審査書類により選抜され、福岡県の大川市で合宿を行い、数理について談論風発する催しです。現在第一線で活躍されている数学者のうち、この数理の翼に参加された方も少なくありません。  
本校からは今年の恩田、山口両君の参加に続く快挙となりました。  
なお、彼らは3人とも本校の数学部に所属しています。今後の更なる活躍と、後続の生徒の出現が期待されます。

2. 7月に学科HPに掲載し、ご好評を頂戴している

『海城生に聞きました ～数学、ここが分からない～』

(<http://www.kaijo.ed.jp/education/subjects/mathematics/pdf/mori20130718.pdf>)

本校の数学教育の一端を垣間見て頂く材料としてご覧頂ければ幸いです。

3. 前号で、「本校数学科のあゆみ」小稿の作成を開始した旨、お知らせいたしました。そこでは本校の、確認できる最古の数学教員が、我が国の中等数学教育に多大な足跡を残された松岡文太郎氏（受験数学教育の始祖としても名高い）であることなどをご報告いたしました。その後の調査によれば、昭和33年頃、微分幾何学の泰斗にして、受験数学教育でもその名を大いに知られた本部均（ほんぶひとし・1908～2005）、穂刈四三二（ほかりしさんじ・1908～2004）両先生（共に東京都立大学名誉教授）も、本校教壇に立たれていたことが判明しました。そして、  
「穂刈先生？ええ、習いました。幾何学でした。大学の先生がいらっしやった、ということで鮮明に覚えています。穂刈先生の授業で、作図問題では補助線の引き方が決定的、ということを感じましてね、ええ。で、あのときはですね、…」  
というOB氏を探し当てることができました。  
この続きは、いずれ、この数学科だよりでご報告いたします。



本部均先生



穂刈四三二先生