海城生に答えます　〜答えの一案〜　　　　　　　　　　　　　　D. T.

◆ 三角形の面積公式 $S=\dfrac{|ad-bc|}{2}$ の証明がわからない

回答

（証明）

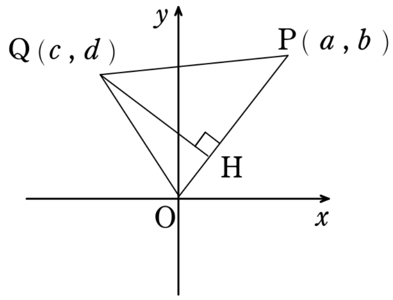
かなりシンプルな証明を紹介しますね．

座標平面上に，原点 O と異なる 2 点 P$(a,\, b)$, Q$(c,\, d)$ がつくる △OPQ があるとします．

まず，点 Q と直線 OP の距離を，a, b, c, d を用いて表します．

直線 OP の方程式は　$bx-ay=0$

$a\neq 0$ のとき	$y=\dfrac{b}{a}x$
$a=0$ のとき	$x=0$



点 Q$(c,\, d)$ から直線 OP に引いた垂線を QH とすると

$$\mathrm{QH}=\frac{|bc-ad|}{\sqrt{b^2+(-a)^2}}=\frac{|ad-bc|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

↑「点と直線の距離の公式」を用いました

よって，△OPQ の面積は

$$\frac{1}{2}\times\mathrm{OP}\times\mathrm{QH}=\frac{1}{2}\times\sqrt{a^2+b^2}\times\frac{|ad-bc|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{1}{2}|ad-bc|$$

（証明おわり）

◇ これ以外の証明方法もあります（ベクトルを用いる方法など）．

皆さん，ぜひ調べてみて下さい！

◇ この面積公式を用いる場面例を紹介します．結構，便利です．

【例題】3 点 A(1, 1), B(3, 7), C(5, 4) を頂点とする，△ABC の面積を求めよ．

【解】A(1, 1) を 原点 O に移動させる．その移動を B(3, 7), C(5, 4) にも施すと，それぞれ B′(2, 6), C′(4, 3) となる．このとき，

$$\triangle\mathrm{ABC}=\triangle\mathrm{OB'C'}=\frac{1}{2}\times|2\times 3-6\times 4|=\frac{1}{2}\times 18=9\cdots(\text{答})$$