数学科だよりVOL⑤

平成26年3月17日発行

目次

§１．高３授業を終えてみて　～数学科・澁川先生に聞く～

本校の高校３年次の数学の授業は２学期で終了し，３学期は様々な受験対策講座が開講され，生徒は必要に応じて受講します。

今日は、その選択授業も終えた澁川教諭に、高３の授業（理系数学担当）を終えた感想や、受験学年の授業で留意したあれこれについて、編集子の川崎が話を聞きました。

川崎：漸く終わりましたね。この１年、授業で留意された点はどんなところでしょうか。

澁川：「授業は受験勉強なのだ」というスローガンのもと、その意識付けを心掛けました。

川崎：高３であれば、そうでしょうね。それを定着させるための方策などはどのようなものだったのでしょうか。

澁川：教科書の内容はほぼ高２終了時に終えていますので、高３時に用いる教材の選定を、コンビを組む大和先生と熟考しました。

川崎：まぁ、本校は、教材の選定については伝統的に、担当者の裁量に多くをお任せしていますので、こういった、いわばフットワークの良さはありますね。

澁川：その点、実にありがたかったですね。

川崎：熟考の上、採用されたのが…

澁川：「微積分・基礎の極意」と「数学　理系問題」です。

川崎：前者は東京出版で、後者は駿台文庫でしたね。

澁川：そうです。

川崎：前者は、月刊誌「大学への数学」の出版社ですね。

澁川：はい。その威光というのでしょうか、なるほど「授業は受験勉強なのだ」と生徒が納得している様子がうかがえました。これは後者についても同様です。

川崎：選定の決め手になったのはどんなところですか。

澁川：以前に高３を担当したとき、自習用教材として推薦したところ、とても好評でした。当時、学校の勉強と受験勉強を分けて考えている生徒が少なからずいたので、次に高３を担当するときは授業で取り入れようと考えてはいたのです。

川崎：なるほど。そして、様々な教材を検討した結果、やはりこれに至ったというわけですか。

澁川：そういうことです。

川崎：本書を用いて、どのように授業を展開されましたか。

澁川：まず、さきほどのスローガンのもと、立てた目標は、1 学期はいわゆる「典型問題」の定着で、2 学期は「初見の問題に対応できる力の育成」でした。

川崎：とりわけ、理系数学の華である数Ⅲについては、その出題を長年見ていると、十年一日、否、三十年一日といった感無きにしも非ず、ですので、この 1 学期の目標は的を射ていますね。

澁川：はい。「見たことはあるけれど、解答が思いつかない」という勉強の仕方はやめよう、一度解いた問題を定着させて、確実に方針が浮かぶように心がけました。

川崎：典型問題といえども、解法の暗記ではなく、その問題のテーマを深く掘り下げ、しかし解説は平易にする、という感じでしょうか。

澁川：その通りです。この教材は、微積分の典型問題を網羅しており、これだけでも相当な力が付きます。使い方は解答のついた例題を予習させ、その問題の類題を演習プリントとして用意し、授業内に演習させたうえで、丁寧に解説しました。

川崎：なるほど。

澁川：とりわけ、種々の類題を見せることで、生徒たちに頻出問題である、との意識づけをすることにもつながったと思います。

川崎：意欲的な生徒は典型問題以外のものも求めますよね。

澁川：おっしゃる通りです。そういった生徒たちには別の教材を適宜配布していましたが、しかし、典型問題をきちんと“答案形式で”作成できる能力の重要性を説きました。

川崎：意欲的な生徒は自負心もあるでしょうから、ややもすると、そういったことを、こんこんと説かれたとしても軽視しかねないようにも想像するのですが、その辺りはいかがでした。

澁川：演習の様子をこまめに見ていると、そういった意欲的な生徒であっても、1 学期は特に、「穴」が見えてくるものです。

川崎：なるほど。典型問題や定石の確認であっても、意外な取りこぼしがある、と。

澁川：はい。とりわけ、あいまいな記述については細かくチェックをし、例えば個別に呼んで、意欲的なことは結構なことだけれども、こういう穴をふさいでいくことも一緒にやっていこう、と激励しつつ正すと…

川崎：ついてくる、と。精神訓話だけではついてきませんね。やはり実例がものをいうわけですね。

澁川：そういうことです。その結果、非常に意欲的な生徒も熱心に、典型問題の解答作成に取り組んでいました。

川崎：初見の問題に対応できる能力の涵養を目指した 2 学期はどうでしたか。

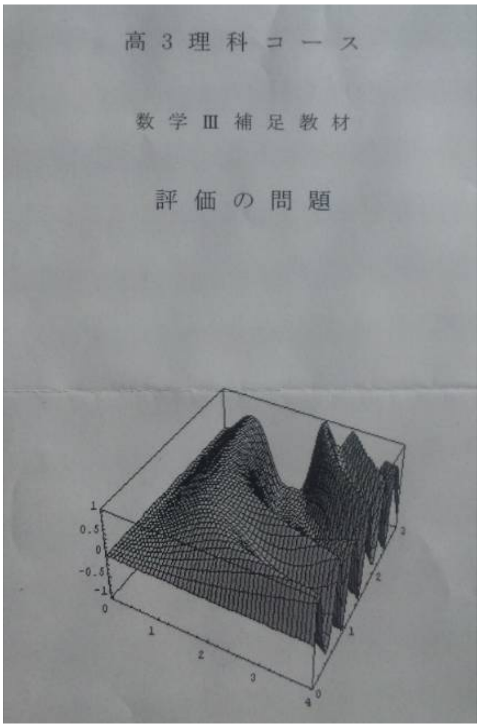
澁川： テーマ別に冊子を作り、典型問題と、そうでないものを併載し、その「選球眼」を養うところから始めました。

川崎：ここに自主教材である「級数」のテキストがありますね。

澁川：はい。例えば級数でいうと、難関校御用達、といった趣があるわけですが、確かに典型問題となっているものもあるにはあるのですが、ここには、テーマを級数に求めた複合的な融合問題を多く入れたつもりです。

川崎：バラエティに富んでいますね。

澁川：級数はなかなか系統的に学ぶ場がないと思われます。そして、いくつかの方針、例えば、接線、2 点を通る直線、近似 etc 知識として入っていないと解答しにくい分野です。ところが、典型題との比較によって、初見の問題であってもその多くは、定石でカバーできるものだ、ということが生徒には分かってくるのです。



（級数に関する自主教材冊子）

川崎：それは頼もしいですね。（冊子を見ながら）こういった難しい問題でも音をあげずに頑張っていた感じですか。

澁川：そうなのです。こちらが解法を提示すると、彼らは面白いように別解を作ってきたのです。

川崎：級数のココロというか、なにものかを掴んだのでしょうね。となると、彼らにとってはもはや一定石とできてしまったということかもしれませんね。

澁川：そうだとよいのですが。ただ、おしなべて計算量の多い問題は苦戦していた印象がありますので、2 学期はその点の解消にも腐心しました。

川崎：授業を終えての、生徒の充実感などは感じられましたか。

澁川：駿台文庫刊の教材の方は、問題数が厳選されているので、生徒が 1 冊の本をやり遂げた、という達成感もあったようです。

川崎：問題数が厳選されていますから、何周もした生徒も少なくないのでしょうね。

澁川：いくら厳選されているとはいっても１～２周では「制覇」にはなりませんので、多くの生徒から何周もしたことがうかがえました。

川崎：話を伺っていて、強く感じますのは、前回高３を担当したときの経験を十分に活用されての授業の組み立てがなされていることです。

澁川：繰り返しになりますが、「教材選び」、「学校の勉強は受験勉強」、「典型問題の定着」、「初見の問題を恐れない」については経験を活かしたつもりです。

川崎：ところで、我々は同世代で、80 年代の末期に大学受験を経験したのですよね。

澁川：そうなんですよね。

川崎：デジャヴに襲われることはありませんか？

澁川：というと？

川崎：なにか、ここ４～５年ですかね、どうも入試問題が 80 年代のリバイバルめいた感じがしてならないのです。

澁川：あ、それはありますね。

川崎：当時、高校数学の教科書は「数Ⅰ」「代数幾何」「基礎解析」「微分積分」「確率統計」に分かれていましたね。

澁川：東大京大のダブル受験が可能ということもありましたね。

川崎：あのころの入試問題の特徴の一つに、“空間座標が花盛り”ということが挙げられると思うのです。

澁川：そうでした、そうでした。

川崎：まぁ、京大は現在でも空間座標の重視を打ち出していて、蓋し卓見、と思うのですが、それが広がりを見せている感じがします。

澁川：先日の国公立の前期試験などではどうでしょうか。

川崎：まず、その京大。理系の第１問が、空間座標の問題で正射影ベクトルでした。で、今、北から見て行っている途中なのですが、札幌医大。

澁川：難問で有名な札医大（笑）

川崎：難問かつ良問の出題で有名ですね。解いてみると、第３問でデジャヴに襲われました。あれ、これはどこかで見たことがあるぞ、と。

澁川：では、「見たことはあるけれど、解答が思いつかない」ということはないでしょうね。

二人：(哄笑)
澁川：で、かつての出題校がボワ～っと浮き上がってきましたか（笑）
川崎：まさに御慧眼！浮き上がってきたんですね、これが。
澁川：どこでした？
川崎：東京学芸大学と浮き上がってきました。
澁川：ほぅ。そうでしたか。
川崎：無論、そのものではないですがね。それと、北大理系の第２問。これも座標設定が便利ですので、空間座標の問題と言ってよいと思います。旭川医大は空間座標の出題はなかったですね。これから津軽海峡を渡っていきます（笑）
澁川：道内ですでに 2 問ですか。
川崎：澁川先生は、空間座標については重視されましたか。

澁川：もちろんです。単に、入試のみならず、理系大学生としては、入学前にこの辺りの事柄は「たしなみ」としておいて欲しいこともあり、講習も含めて補ってきました。
川崎：そのご利益が生徒に出るといいですね。それに、先日、本校の高２生が受けた業者の模擬試験なのですが、これがまた 80 年代を彷彿とさせる空間座標の問題がありまして。
澁川：京大が重視している分野が出たということは、結果に「西高東低」ありやなしや。
川崎：注視したいところですね。やはり、業者もこういったことに思いをいたしているのではないか、と。まぁ、都合の良い解釈ですけれども（苦笑）
澁川：それにしても、考えてみると、80 年代の入試問題というのは充実していたように思えますね。
川崎：同感です。これはなにもその時期に我々が受験時代を過ごしたという懐古趣味ではなく、この四半世紀の入試問題の変遷を眺めていてそう思いますね。さて、図らずも、高３授業を終えてみて、というテーマから脱線してしまいましたが、ことのついでに、印象に残る 80 年代入試問題ベストワンを挙げて頂けないでしょうか。
澁川：1 問に絞るのはきついですね（…暫し考えられる…)。
川崎：どうでしょうか。
澁川：う～ん…。最大公約数的にはこれしかないですかね。
川崎：伺いましょう。
澁川：ズバリ、「斜軸回転体の体積」です。
川崎：なるほど！“厚みの方向”ですね。
澁川：教育的にも素晴らしい出題ですし、今もって出題のある、もはや定番ですね。
川崎：史実を紐解けば、どうやら 1976 年の宮城教育大学での出題がその嚆矢のようなのですが、やはり、本格的な出題は 80 年代からですね。まさに 80 年代を駆け抜けた問題（笑）ですね。

澁川：80 年代の入試数学の象徴は「空間座標」と「斜軸回転体」ですか。
川崎：案外、いい線じゃないですかね。
澁川：それにしてもなぜ入試数学が 80 年代回帰（が真だと仮定して）なのでしょうかね。他の教科はどうなんでしょうかね。
川崎：80 年代に受験時代を過ごした方々が出題の中核におられる、などの仮説を立ててみるのは来年度の入試数学事情を考えるうえでも意味のあることではないでしょうか。
そのうち、「われら 80 年代受験組、全員集合！」なんて、座談会を当学科で開きましょうか（笑）
ともあれ、高 3 生の受験の好成績をともに祈りましょう。今日は有難うございました。
澁川：失礼いたしました。

（平成 26 年 2 月 27 日　　本校・情報処理室にて）

§２．高２恩田直登君、インドの国際数学雑誌に論文が掲載される

本校のＨＰで既報（2 月 28 日付）の通り、京都大学理学部主催の「数学の森」で 2 年連続の銅賞受賞、本校数学部部長、海城＆ＹＳＦＨ数学定期交流会での活躍など、この数学科だよりでもおなじみの高校 2 年の恩田直登君が、自身のオリジナル論文をインドの査読付き国際数学雑誌である

Journal of algebra and number theory: Advances and Applications

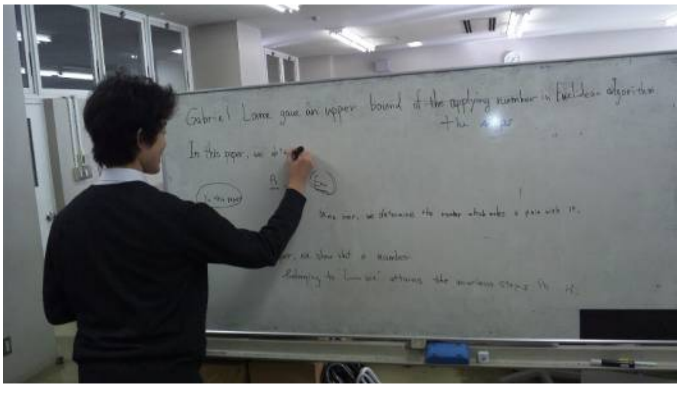
に投稿し、掲載されました。

投稿先の学術誌は創刊こそまだ浅い（通巻 10 号）ものの、掲載論文は、米国数学会、欧州数学会でその内容がレビューされるインタナショナルジャーナルであり、掲載誌のＨＰには、恩田君の論文

A note on certain relations between the Fibonacci sequence and the Euclidean algorithm

が電子ジャーナルとして配信されています.

（http://www.scientificadvances.co.in/artical/3/133 をご参照ください）



（昨年末、本校数学科ゼミコーナーにて、論文投稿前の最終チェックをする恩田君）

そこで、今回、この掲載を記念して、恩田君に本論文がアクセプトされるまでの道のりを、海城プレスへの掲載前に、聞いてみることにしました。

編集子（以下、編集）　恩田君、このたびは本当によかったですね。
網谷先生（以下、網谷）　やりましたね。
恩田君（以下、恩田）　どうも有難うございます。
編集　素晴らしいです。
恩田　先生方にそのように言って頂けて幸せです。
編集　まず、本論文の内容について聞きます。これはユークリッドの互除法の話題ですね。
恩田　そうです。
編集　いくつかの結果を出したことと思いますが、主定理を教えてください。
恩田　はい。

> ２つの異なる自然数ＡとＢを考えます。ただし、Ａ＞Ｂとしておきます。ここで、Ａ＝$a_m\,a_{n+1}+a_{m+1}\,a_n$（＝$F(m,n)$とおく）とします。ここで，$\{a_n\}$は$a_1=a_2=1$のフィボナッチ数列で$m\geq 2, n\geq 2$とします.
> このとき、Ａと、Ａより小である任意の自然数Ｂの２つの数の最大公約数を求める際に適用する互除法の回数の最大値は m+n-2 になる．そして、このときのＢは一般にふたつあり、$F(m,n-1)$と$F(m-1,n)$である

というものです。
編集　そう、最大値が決まってしまうんですよね。そしてそれを attain するＢもきっちり決まるという…。いい定理だなぁ。本論文の Abstract にもあるように、この種の方面では G.Lame の定理があまりにも有名ですね。
恩田　はい。G.Lame の定理は、

> ２つの異なる自然数ｘ，ｙ（ｘ＞ｙとする）に対し、ｘとｙの最大公約数を求める際に適用する互除法の回数は，ｙの桁数の５倍を超えない

というものです。
編集　ともに２ケタの自然数の場合なら適用回数は 10 回を越えないという訳ですね。なんでも、これが本研究の出発点だったとか。
恩田　そうです。この定理を確か、中１の夏休み前後だったと思うのですが、授業参観の時に教えて頂いたと思います。
編集　そうでした、そうでした。いやぁ、よく覚えていてくれましたね。
網谷　そんな前から手掛けていたんですか。
恩田　そのとき、先生が

> ２ケタの自然数が２つある．この２数の最大公約数を求める際、互除法の適用回数を最大にするものが１組ある。その２数を求め、適用回数を答えよ。

という問題を出されましたね。

編集　適用回数を多くすることは、互除法における商を、1 つだけ 2 で、他は 1 にするというものでしたね。

恩田　そうです。2 数は 89 と 55 になり、適用回数は 9 回です。

編集　なるほど G. Lame の定理が成り立っています（確かに 2×5＝10 を超えていない）ね。フィボナッチ数列に関連があるのですよね。

恩田　そこに魅了されました。そこで、x を固定した場合の、各々の互除法の適用回数の最大値を計算しようと思い、取り組み始めました。

編集　それが中 1 ですものね。最初は手計算で始めたのですよね。

恩田　そうです。x が 60 までの場合について、手計算をしたのです。

編集　膨大な計算ですね。結果を見せてもらった時、目を丸くしました。

恩田　それをもとに最初に立てた予想はもろくも反例が見つかってしまって…。

編集　そうでしたね。でもあそこで諦めなかったからすごいなぁ。

恩田　反例は見つかったのですが目標にできそうな現象も見て取れたんでやりがいがありました。途中からエクセルを利用できることが分かりすごく計算が楽になりました。

編集　つまりは例を山ほど計算して、その、いわば実験結果を前に予想を立てる…。数学の醍醐味の一つですね。

恩田　まさにそう思います。

編集　すると、適用回数の最大値を記述できる族が見えてきた、と。

恩田　そう一足飛びに行かれては困りますが（苦笑）

編集　これは失敬（笑）大変なご苦労があった、と。

恩田　楽しい苦労でしたけれど。

編集　その族を発見する際、どこに注目したのですか。

恩田　Lucas 数列です。

編集　なるほど。そこから、この族、すなわちＡが所属する集合を「Luca set」と命名しているわけですね。さて、ここで、本論文から抜粋して、具体的にこの主定理の威力を説明してください。

恩田　例えば A=31 とすると，Ｂとして 1 から 30 までの 30 個の自然数について A との最大公約数を求める為の互除法の適用回数を求めると以下のようにまとめられます：

適用回数	B
1	1
2	2, 3, 5, 6, 10, 15, 30
3	4, 7, 8, 9, 16, 21, 25, 26, 28, 29
4	11, 14, 22, 23, 24, 27
5	12, 13, 17, 20
6	18, 19

よって，最大適用回数は 6 で，このときの B は 18 と 19 です。

編集　なるほど。これは 30 個すべてについて手計算で計算して求めたわけですね。

恩田　はい。

編集　まだ手計算が可能な数でしょうが、これが例えば A=3740 なんてことになったら…

恩田　ちょっと難しいですね．エクセルを使えば結果はわかりますが。

編集　一方、恩田君の得た今回の論文における主定理を用いると、どうなるのですか。

恩田　A=31 は $31 = a_5 a_4 + a_6 a_3$ ですので，主定理において $m = 5,\ n = 3$ とします．すると，最大適用回数は，$m + n - 2 = 6$ です．

編集　確かに，合致しますね．

恩田　また，このときの B は，
$a_5 a_3 + a_6 a_2 = 5 \times 2 + 8 \times 1 = 18$ と，$a_4 a_4 + a_5 a_3 = 3 \times 3 + 5 \times 2 = 19$ です．

編集　なるほど，これも合致していますね．すると、A=3740 の場合もたちどころに分かるわけですね．

恩田　A=3740 だと $3740 = a_9 a_{10} + a_{10} a_9$ ですので，主定理において $m = 9,\ n = 9$ とすればよいわけです．

編集　ということは，最大適用回数は，$m + n - 2 = 16$ ですね．

恩田　その通りです．

編集　なるほど G.Lame の定理によれば 20 を超えないわけですが，16 ときっちり決まるのですものね。

恩田　このときの B ですが，$m = n$ ですから $F(m, n-1) = F(m-1, n)$ となってひとつだけでてきます。

編集　この場合は，$a_9 a_9 + a_{10} a_8 = 34 \times 34 + 55 \times 21 = 2311$ というわけですね。

恩田　そうなります。

編集　これらの例は、主定理の威力を知らしめる好例ですね。

恩田　論文に、例をここまで詳細に書くのがよいかどうかは多少考えましたが、網谷先生の助言で、掲載することにしました。

編集　論文全体を通して、網谷先生の御助言も大きかったですよね。

網谷　いえいえ。

恩田　その通りです。ありがとうございます。

編集　学科職員室のゼミコーナーで、主に昼休みにゼミをしましたものね。

恩田　予想を裏付ける、つまり証明ですが、それもつけることができて、それを高１のときにＹＳＦＨとの数学交流会や、日本フィボナッチ協会の研究集会と埼玉大学の代数幾何小研究集会で発表できたのが自信になりました。

編集　そう、大変に好評を頂きましたね。

恩田　交流会の仲間、そして機会を頂いた先生方に心からお礼を申し上げます。

編集　そうですね。よい機会を頂戴しましたね。

恩田　それで、この結果はとても良いものだと思うので、折角だから専門誌に投稿して高

校生活のよい記念にできたらいいね、と先生が仰って下さったんでやってみよう、となりました。高１の秋くらいですね。

編集　その後の高１の３学期に「数学活用」の教科書を利用したプレゼン授業をしましたよね。

恩田　はい。あれはすごく楽しくてやる気になりました。なにより、自分の好きな数学をみんなで協力してやれたのが思い出深いです。教科書も読みごたえがありました。

編集　数学活用は新課程で導入された科目でしたので、あの授業はいわば実験的な試みでもあり、アドバイスを頂いた本校の校長先生や出版社の方々にもご臨席いただきましたね。あのとき、恩田君が手掛けたのは今回の話題とは違って、いわゆる「トーラス結び目」の話でしたね。

恩田　そうです。

編集　あのときの活き活きした恩田君がとても印象的でしたので、これは、論文にする作業も楽しむのではないかな、と思ったのです。とはいうものの、最初はなかなか大変でしたよね。

恩田　はい。まず、数学の論文作成にはLATEXが用いられることを知りませんでした。色々なことを数学科の先生方にご協力いただきました。

編集　でも、習得が速いのでびっくりすると同時にこれは本気だな、と思いましたよ。

恩田　証明も最初は構成的でないことを指摘頂き、だいぶ整理しました。

編集　私は逐一、過程を報告してもらい、論文作成の過程を見ることができたので、とても刺激的で、大いに大変勉強になりました。

恩田　あとは英文ですね。数学の論文で用いられる定型文というのでしょうか、それらを知らなかったので、書いてみてアドバイスを求めては首を傾げられ、また書き直して、という繰り返しでした。

網谷　そうですね。数学論文の英文は、慣れればなんということはないものの、最初は独特な感じがしますものね。

編集　でも、それも好例となる論文を渡して、これを真似てまずは書いてみたら？と言ったら、それもマスターしてきましたからね。伸び盛りの研究びとを間近に見ることができたのはつくづく愉快なことでした。さて、論文として形が出来上がってきた、と。一番苦労したのはどこですか？

恩田　まずは証明を構成的に記述する方法で模索しました。

網谷　証明中、不変量$Q(A,B)$を導入していますよね。これに感心したのですが、導入のきっかけはあったのですか。

恩田　互除法における商に２が２つ入っているときや商に３が１つ入っている場合をどう統一的に記述するか、試行錯誤の末にたどり着きました。この不変量を導入できてから、証明が構成的になり、すっきりしてきました。

網谷　（いたく感心し、うなずかれる）

（数多くの御助言を頂いた網谷先生とともに）

編集　他にはどうですか。

恩田　それはタイトルを簡潔に、しかも的確につけることと、Abstract の記述でした。
タイトルとして、「フィボナッチ数列」と「互除法」という２つの用語は入れたいと思いましたので、そうするとそれだけですでに結構な字数があるわけですから、冗長にならないように、と苦労しました。

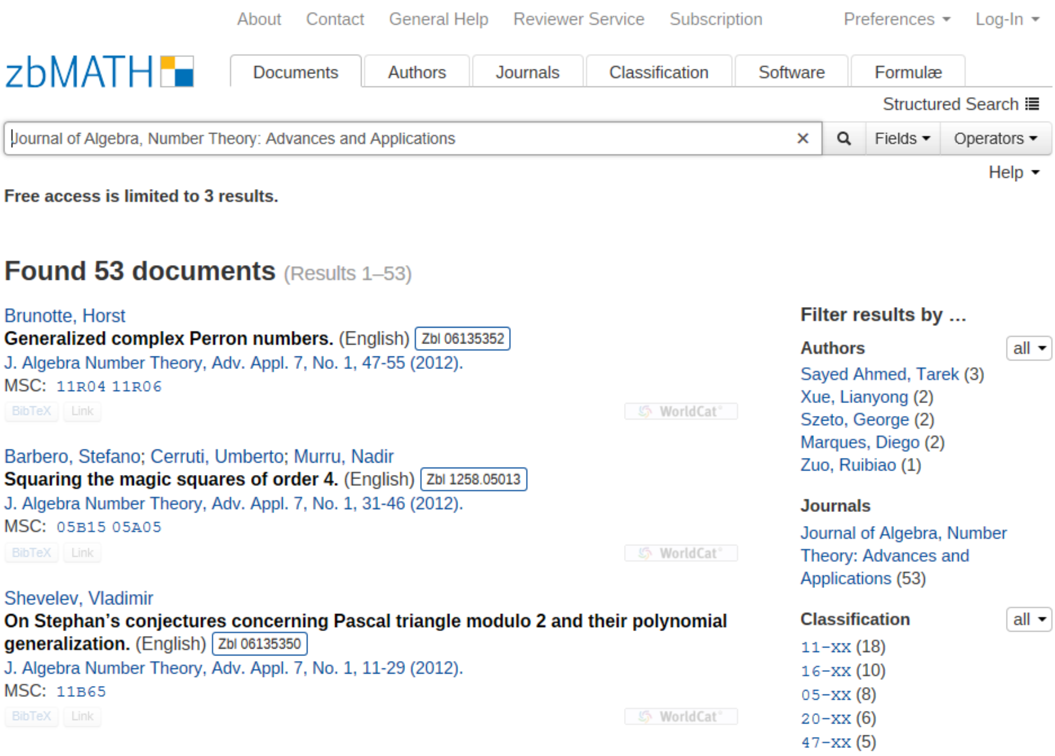
編集　多忙な現代ゆえ、Abstract を読んで、本文を読むか読まないかを判定されかねないのだから、簡にして要を得た記述にしないといけない、と話しましたね。

恩田　はい。まさにおっしゃる通りなので、気をつけました。何回か書き直しましたが、どうにかまとまりました。

編集　G.Lame の定理は互除法適用回数の上限を示しているけれども、我が論文では、Lucas set に属す数と、それより小さい任意の自然数であれば、互除法の適用回数の最大値がこれこれになるのである、としていますね。少なくとも私が読み手なら本文を読みたくなる魅力的なものだと思います。

恩田　有難うございます。そうだとよいのですが。

編集　投稿先の学術誌ですが、創刊されたのは 2008 年のため、掲載された論文数は多くないものの、欧州数学会(EMS)のレビューデータベースである“Zentralblatt”には現在、53 もの論文がレビューされています。そういうこともあって、投稿先に決めたのですよね。



About Contact General Help Reviewer Service Subscription Preferences Log-In

zbMATH

Documents | Authors | Journals | Classification | Software | Formulæ

Structured Search

Journal of Algebra, Number Theory: Advances and Applications

Fields Operators

Help

Free access is limited to 3 results.

Found 53 documents (Results 1–53)

Brunotte, Horst
Generalized complex Perron numbers. (English) Zbl 06135352
J. Algebra Number Theory, Adv. Appl. 7, No. 1, 47-55 (2012).
MSC: 11R04 11R06
BibTeX Link WorldCat

Barbero, Stefano; Cerruti, Umberto; Murru, Nadir
Squaring the magic squares of order 4. (English) Zbl 1258.05013
J. Algebra Number Theory, Adv. Appl. 7, No. 1, 31-46 (2012).
MSC: 05B15 05A05
BibTeX Link WorldCat

Shevelev, Vladimir
On Stephan's conjectures concerning Pascal triangle modulo 2 and their polynomial generalization. (English) Zbl 06135350
J. Algebra Number Theory, Adv. Appl. 7, No. 1, 11-29 (2012).
MSC: 11B65
BibTeX Link WorldCat

Filter results by ...

Authors all
Sayed Ahmed, Tarek (3)
Xue, Lianyong (2)
Szeto, George (2)
Marques, Diego (2)
Zuo, Ruibiao (1)

Journals
Journal of Algebra, Number Theory: Advances and Applications (53)

Classification all
11-XX (18)
16-XX (10)
05-XX (8)
20-XX (6)
47-XX (5)

(Zentralblatt における投稿先のレビュー数)

恩田　はい。なんとなくなんですけど、投稿先は外国がいいなぁ、と思っていたんです。

編集　Zentralblatt でのこのレビュー数は、この学術誌が欧州数学会から学術的に評価されていると考えられますね。米国数学会（AMS）の方では、この投稿先のきょうだい誌である「Journal of Mathematical Sciences: Advances and applications」がレビューされているようです（注）。

恩田　今後、投稿した学術誌が AMS でもレビューされると嬉しいです。

編集　楽しみに待ちましょう。ともあれ、フィボナッチ数と互除法という、極めて基本的な話題について定理を得るのは並大抵なことではありません。そういう話題についてはだいたい先人が実をもいでしまっているものですよね。

網谷　全くです。そしてなにより、恩田君の得た定理はよいものだと思います。

恩田　いえ、どうも。光栄この上ありません。

網谷　更なる拡張もできるように考えられます。

恩田　それは楽しみです。

編集　これで、ひとまず区切りがつきましたね。今の気持ちはどうですか。

恩田　結果自体は高 1 までにできていたものですから、やっと、やっと、やっと形になったんだなぁ、と。僕はもう、それだけで十分満足です。TEX の使い方や数学の英文の用法など、本当によい勉強になりました。時間をかけたのは色々な意味で良かったと思っています。

編集　熟成させたのが好結果を生んだのだと思います。今後はどうしましょう。

恩田　まずは受験勉強です（苦笑)。数学研究は海城＆YSFH との数学交流会の前後のみに特化します。とにかく、諸先生と、意見をくれたクラスメートにお礼を言いたいです。

編集　ご家族はなんとおっしゃっていますか。

恩田　「よかったね。頑張っていたものね」と、言われました。とても喜んでくれています。

網谷　主定理の内容もさることながら、やはり、証明する際導入した不変量 Q(A,B)が光りますね。素晴らしいと思います。

編集　私もこのような場に立ち会えたことは光栄至極であり感無量です。ありがとう。益々の奮励努力を期待しています。まずは 3 月 10 日に本校でこの論文の発表会をすることになりましたね。頑張ってください。高校生活の良い記念になりますように。

恩田　よい区切りになるように頑張ります。先生方のご尽力に心から感謝しております。本当にありがとうございました。

（平成 26 年 2 月 24 日・本校数学科職員室にて）

(注) AMS では、レビューを含めた学術論文のデータは MathSciNet で検索でき、タイトルや著者名などの Bib の情報のみは MR LOOKUP で検索できるようです。

Abstract

Gabriel Lame gave an upper bound of the number of steps in the Euclidean algorithm. In this paper, we show that for the integer $F(m,n)$ belonging to “Lucas set” and a positive integer less than $F(m,n)$, the maximum number of steps in the Euclidean algorithm is equal to $m+n-2$.

（恩田論文の Abstract）

§3. 本校井上立之，山口哲両君が

財団法人 RIMSE 主催『第1回塩野直道記念奨励賞』を受賞

塩野直道先生は、今日、伝説の算数教科書と呼ばれ、昭和10年から18年まで使われた「尋常小学算術」（通称「緑表紙」）の編纂者です。

この教科書が「伝説」とされるゆえんは、「数理思想の開発」と「日常生活の数理的訓練」を目的に掲げ、カラーの絵を多用して視覚的に数の概念の把握できるよう工夫がなされるなど、それ以前の教科書から面目を一新した画期的なものであったからです。

この教科書は世界的にも評価が高く、昭和11年ノルウェーのオスローで開催された国際数学者会議では大変な関心が寄せられた、との史実があり、現在の教科書の装丁と精神の源流がこの緑表紙だといっても過言ではない、との評が少なくありません。

その塩野直道先生を記念して創設された算数・数学研究のコンクールが「塩野直道記念」で、その第１回受賞作品の発表が本日（平成26年1月23日）行われました。

東京大学総長であった吉川弘之氏を理事長とする「RIMSE（財団法人理数教育研究所）」が鳴り物入りで開始したビッグタイトルだけに、応募総数はこの種のコンクールとしては異例といえる小中高合せて実に9132件にわたりました。

そのなかで、高校生部門の賞は約10個用意されており、その審査もまず各地域（ブロック）で選考して当落を決定した後，中央審査を経て，受賞作品を決定するという厳正さでした。今回は、高校生部門は合計13作品に賞が与えられ、その中の2作品で、本校高２年の山口哲君，井上立之君が奨励賞に輝きました。

（表彰を受ける山口君）

また、最終選考まで残った（敢闘賞）作品は14作品あり、そのなかにも本校高２の2名が入りました。

ところで、今回の塩野直道記念大賞は「野球の最適打順の数学的考察」の広島大学附属高等学校3年和﨑海里さん，池本陸さん，田中大貴さんのグループが受賞されました。同作品はいわゆる“モンテカルロ法”を用いた興味深い、かつ素晴らしい研究であり敬意を表します。感想や日々の研究についてもお伺いしたいところです。この大賞作品はRIMSEのホームページからも読むことができます。

ともあれ、受賞した山口君、井上君、おめでとうございました。これからも好奇心を大切にして、自分の心に忠実に数学を創造してください。


塩野直道先生

緑表紙(復刻版)

（塩野直道記念パンフレットより転載）

（受賞者の喜びの声）

山口哲君

塩野直道記念は数学の自由研究のコンテストで、僕は「階乗進法」というものについて研究しました。これは、１桁目で２進法、２桁目で３進法、３桁目で４進法、…と続く進法です。性質や定理、そして定理となるであろう予想も述べました。この階乗進法については、高１のときから研究していたので、とりあえずひとつの形となり、それが奨励賞に認められて嬉しいです。今回の受賞を励みとし、今後もさらに研究を深めていきたいです。

井上立之君

この研究のきっかけは、昨年度の「数学活用プレゼンテーション授業」です。

内容は、任意の線分を n 等分する方法である「漸近法」に関するもので、漸化式を用いて考察しました。これを用いると、“漸近的”ではありますが，ギリシアの三大作図不能問題のひとつである「角の三等分の作図」が可能となります。

そもそも、今回の研究は小学生の時に愛用していた「折り紙」の本がきっかけであり、折り紙といえば幾何、と思われがちですが、今回、種々の事柄が代数的に判明させることができ、新鮮でした。山口哲君と同時に受賞できたことが殊更うれしく思います。

§4. 海城＆YSFH 第７回数学定期交流会報告

２月２２日(土)の午後、実に第７回目となる「海城＆YSFH 数学交流会」が本校で行われました。

今回は両校に加え、第４回から参加されている常連の広尾学園からも多数参加され、また、昨年の数学オリンピックにおいて選手に選ばれ、開催国であった南米コロンビアで活躍され、今年も本選に出場される早稲田高校の上苙(うえおろ)隆宏さんをゲストに迎えるなど、参加者は約４５名という盛況となりました。

プログラムは以下の通りです：

第7回海城＆YSFH 数学定期交流会

2月22日(土)　於・海城中高 2号館8階 合同28教室　14:00開場

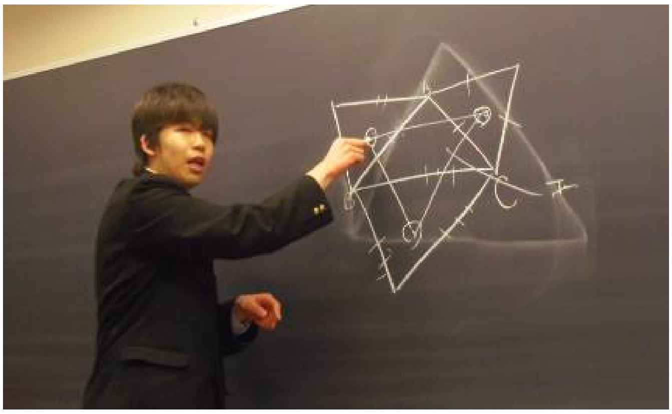
（※15日実施予定でしたが降雪のため1週順延としました）

１４：１５開会

１．ナポレオンの定理を初等幾何で証明する（海城・池田遼氏）
２．折り紙による４次から７次までの相反方程式の解法（ＹＳＦＨ・井上鴻志郎氏）
３．バーゼル問題などの種々の級数（海城・増田康隆氏）
４．第１回塩野直道記念・RIMSE 奨励賞を受賞して（海城・井上立之，山口哲両氏）
５．美術館定理についての考察（ＹＳＦＨ・齋藤健太氏）
６．帽子あてゲーム　ver.2（ＹＳＦＨ・松澤優実氏）
７．ナポレオンの三角形を正多角形に適用する（ＹＳＦＨ・紙谷将氏）
８．オイラー陪関数について（広尾学園・伊藤駿輔，宍倉鷹宏，西堀諒弥三氏）
９．チェビシェフ多項式の考察（ＹＳＦＨ・岡本侑弥氏）
１０．Bi-grassmaniann 置換における角田予想の証明（海城・恩田直登氏）
１１．ウラム螺旋を極座標を用いて考える（ＹＳＦＨ・増田卓斗氏）

１８：００閉会

まず、開会にあたり、今回の主催校である本校数学科の川崎より、本交流会に関連するいくつかの話題を紹介したうえで、トップバッターは本校池田君。前回、本校の前田君が紹介したナポレオンの定理(注１）を、初等幾何を用いて証明することに成功し、それを披露しました。随所に技巧が見られ、その依って来るところを尋ねると、全てが経験則からくるものとのことで、幾何学の演習の大切さを垣間見た思いがします。

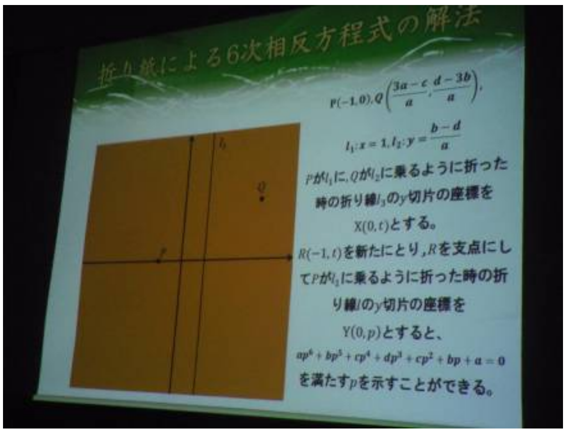


（本校・池田君）

（注１）ナポレオンの定理　（前号からの転載）

三角形（どのような形状でもよい。この面積を S とおく）T をひとつ固定し、その各辺を１辺とする３つの正三角形を、もとの三角形の外側に描く場合（この面積を S_O とおく）と、内側に描く場合（この面積を S_i とおく）の２通りで考える（いずれも正三角形となる）とき，$S = S_O - S_i$ が成り立つ.

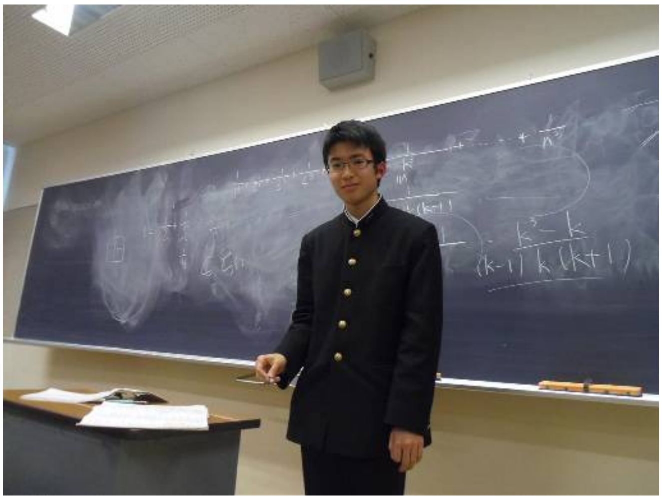
次いで、YSFH の井上さんは、折り紙による７次までの相反方程式の根表示の仕方を発表されました。これは、既知である折り紙による３次方程式の根の表示法を応用したもので、大変興味深いものでした。今後は８、９次の相反方程式の場合の研究が望まれるところです。



（ＹＳＦＨ・井上さんの発表スライド）

ついで、本校の増田康隆君が登壇しました。増田君は、群論のバーンサイドの定理を援用して得た「円順列の一般公式」で「塩野直道記念敢闘賞」を得ました。

この日は、バーゼル問題、すなわち、$\boxed{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}}$やゼータ関数に関するリーマン予想について、随所に演習問題を織り込み、聴取と共に解いていく形式で、楽しい紹介でした。

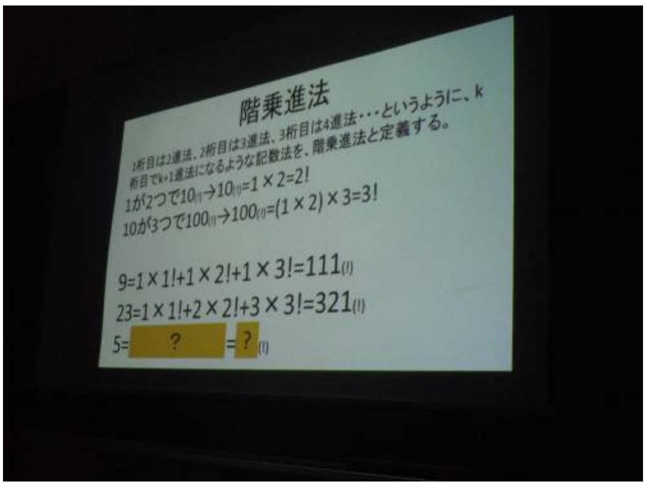


（本校・増田君）

ついで本校の井上立之、山口哲両君が登壇し、「塩野直道記念・奨励賞」に輝いた作品についての概説と喜びの弁が語られました。

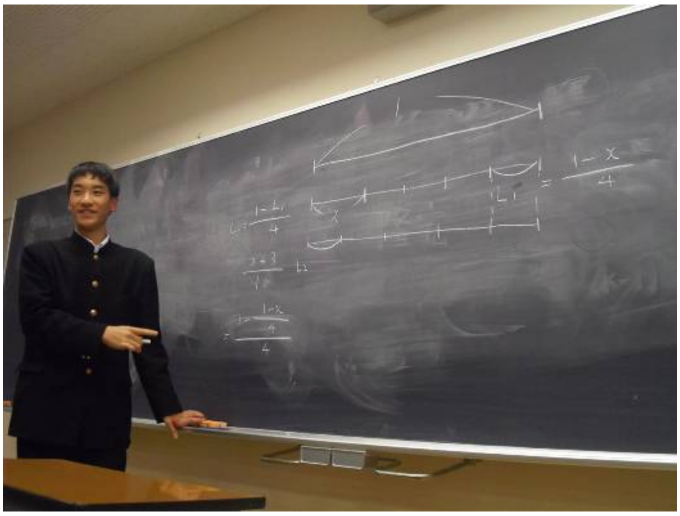
（奨励賞については http://www.rimse.or.jp/project/research/winner.html を参照）

まず、山口君は「階乗進法」について自身で得た定理と予想を発表しました。たとえば、１０進法における５が、5=２×２×1+２×0+1×１ゆえに、２進法では１０１と表記されることのアナロジーとして、5=２!×２+1!×１ゆえに、「階乗進法」における５は２１と表されます。この表記を用いると倍数の判定法が得られるなど種々の実用性も発見できます。山口君は、有理数の階乗進法まで考え、いくつかの予想を得ており、なかにはフィボナッチ数との関連も見られ、解説が切に期待されます。



（本校・山口君の発表スライド）

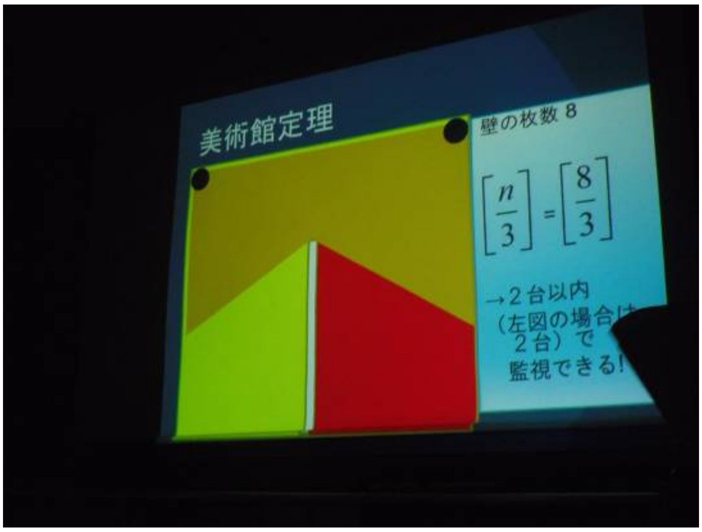
井上君は、時間の都合で、折り紙による任意の線分を漸近的に n 等分する方法についての概説にとどめました。内容については§２をご覧ください。



（本校・井上君）

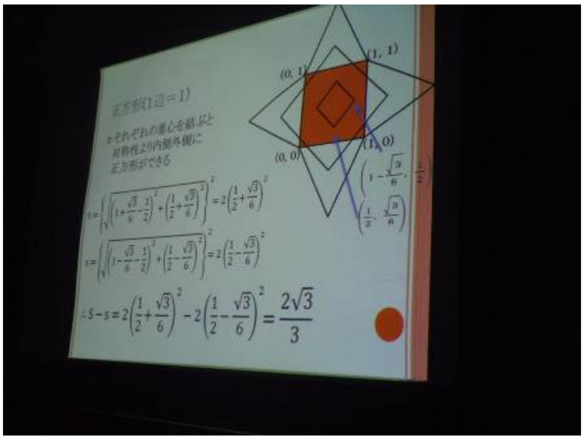
両君は次回の日本フィボナッチ協会研究集会で、このテーマについて講演が予定されております。詳細についてはその場で発表する予定です。

つづいて YSFH の斎藤さんから、ご自身が継続して取り組んでいる「美術館定理」についての進展が発表されました。美術館定理とは、「部屋をくまなく防犯カメラで監視するには、最低何台のカメラが必要か？」に答えるもので、きわめて実用性の高い定理です。この実用性に魅せられたと語る斎藤さんは美術館定理の仮定に対し、さらに厳しい条件を課した「空洞美術館定理」についても研究開始しており、すでに予想も得ており、進展が大いに期待されます。



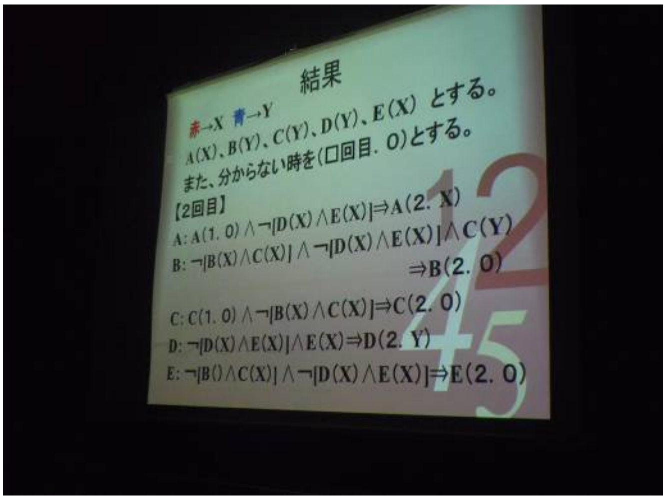
（ＹＳＦＨ・齋藤さんの発表スライド）

ついで、同校の紙谷さんからは、やはり前回、本校の前田君が紹介したナポレオンの定理に興味をもたれ、その拡張に着手され、今日までに得ている結果について説明されました。その拡張とは、ナポレオンの定理が任意の三角形に対するものであったのに対し、正多角形に適用するもの(写真は正方形についての結果)で、大変に興味をそそられるものでした。



（ＹＳＦＨ・紙谷さんの発表スライド）

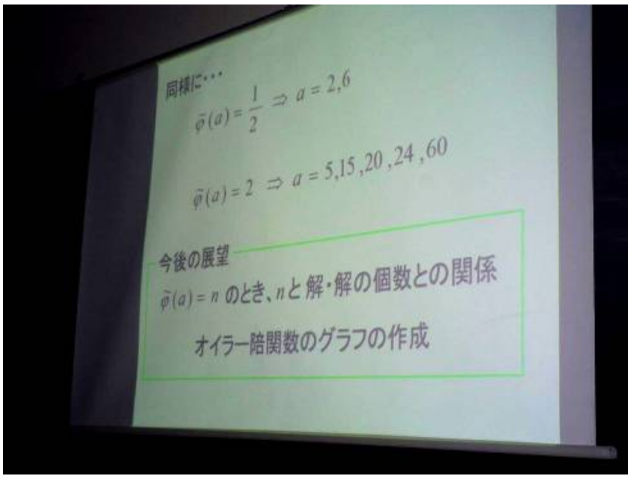
同校の発表が続きます。松澤さんは「帽子あてゲーム ver2」として、従来、ご自身で研究されていたこのトピックにおいて、今回は帽子の数を増やして、赤２個青３個とされ、その分、複雑化する結論にいたる論理展開を、論理記号を巧みに用いて統制されました。この研究に対し、本校の原崇泰教諭（確率統計論専攻）から賛辞が寄せられました。



（ＹＳＦＨ・松澤さんの発表スライド）

ついで、広尾学園の数論チームの講演で、内容は前回発表された「オイラー陪関数」$\tilde{\varphi}(n) := \varphi(n)/2^s$ についての研究の進展について発表されました（注３）。

今後は、オイラー陪関数のグラフの作成を目論まれているとのこと。続報が待たれます。この話題は学習院大学名誉教授の飯高茂先生により与えられたものとのことです。



（広尾学園・数論チームのスライド）

（注３）前号からの転載。尚，陪関数については「現代数学」（現代数学社・刊）最新号に、飯高茂先生の解説記事がある．

（オイラー関数の定義）

正整数nに対して、１からnまでの正整数のうち，nと互いに素なものの個数をオイラー関数といい，$\varphi(n)$と表す．（例）$\varphi(12) = 4$

☆特に，m, nが互いに素なら$\varphi(mn) = \varphi(m)\varphi(n)$が成り立つ.

（シグマ関数（約数関数とも）の定義）

正整数nの約数xのd乗の総和をシグマ関数といい，$\sigma_d(n) = \sum_{x|n} x^d$ で表される．$d = 0$のときはnの約数の個数を表す．また，$d = 1$のときはnの約数の総和を表す．

（例）$\sigma_3(6) = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 252$

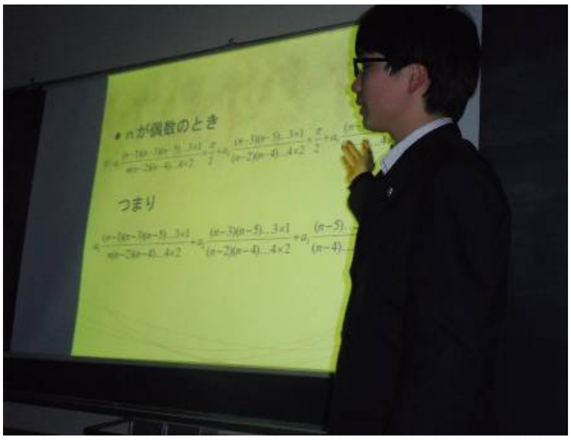
☆特にm, nが互いに素なら$\sigma_d(mn) = \sigma_d(m)\sigma_d(n)$が成り立つ.

すると、いきおい、１からnまでの整数のうち，nと互いに素である数の総和を$\varphi_1(n)$を考えることは自然なことだが，これについては、m, nが互いに素であっても，$\varphi_1(mn) = \varphi_1(m)\varphi_1(n)$は成り立たない：

（反例）$\varphi_1(2) = 1, \varphi_1(3) = 1 + 2 = 3, \varphi_1(6) = 1 + 5 = 6$

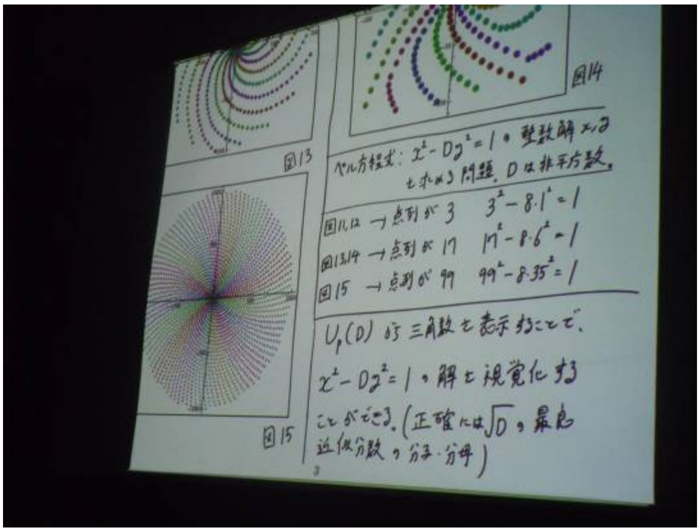
この不便さを解消するために，正整数nに対して，$n = p_1^{e_1} p_2^{e_2} \cdots p_s^{e_s}$（素因数分解）のとき，$\tilde{\varphi}(n) := \varphi(n) / 2^s$ を“オイラーの陪関数”と称して定義する.

ついで、次回の日本フィボナッチ協会の研究集会で発表が予定されている岡本侑弥さんが講演されました。今回の内容は、チェビシェフ多項式における各係数を、ウォリスの公式などを用いて決定する方法についてで、ダイジェスト的に発表されましたが、その内容の豊饒さに、詳細を知りたいと思ったのは執筆子だけではないと思われます。



（ＹＳＦＨ・岡本さん）

そして、やはり今回の交流会を締め括るのは、この人、YSFH の増田さんであるべきでしょう。思えば、一昨年の８月、大阪でのマス・フェスタ で、増田さんと執筆子との出会いが、この交流会をうみ、そして増田さんは高３ゆえ、高校生としての最後の交流会となれば、トリは増田さんを措いて他にはいないであろう、というわけです。飽くなき研究心で邁進する増田さんは、ご自身の代名詞ともいえる研究「ウラム螺旋」について、今回は極座標を用いることにより進展がありました。曰く、プログラミングが容易になり、グラフィックに表示できるペル方程式の解が増えました。深化するその研究に唸るばかりでした。



（ＹＳＦＨ・増田さんの発表スライド）

なお、講演が予定されていた本校恩田君の「Bigrassmanian 置換に関する角田予想の証明」は時間の都合で次回以降となりました。そこで、本章の最後に、かかる問題の内容および

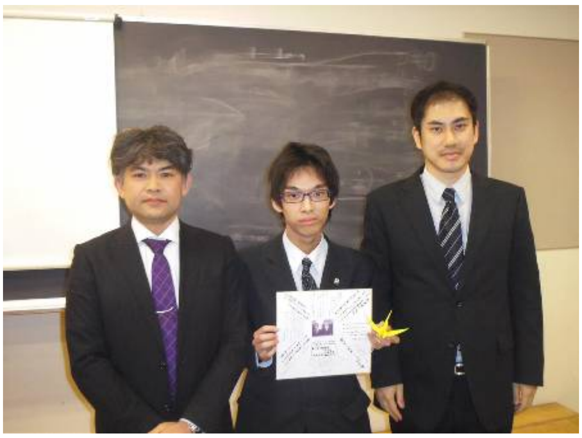
証明のスケッチを掲載することとします。
　高校生の発表が終わり、本校の平山教頭より、「高校数学までででもここまで豊かな数学が展開できることはまことに素晴らしく、この経験を大事にし、大学での数学を学ばれたい」との挨拶がありました。

（本校・平山教頭（数学科））

　さて、本校とYSFHで始めたこの会も、広尾学園のレギュラー参加、そして毎回ゲストとして他校の高校生が参加され、「海城＆YSFH数学交流会」なる名称を変更する必要性を感じていたのですが、この日の締め括りとしてYSFH数学科長の高口先生より、次回より

「マス・フォーラム」

として開催することが発表されました。これは同校の中山先生のご発案だそうで、これ以上ない素晴らしいネーミングに、参加者一同より拍手が起こりました。



（４月から大学生のＹＳＦＨの増田さんを囲んで。左がYSFHの中山先生、右が高口先生）
　本交流会の、一方の恩人である大阪府立大手前高校の宮城先生を中心に毎夏開催されている「西のマス・フェスタ」に対して、「東のマス・フォーラム」（２つのＭ・Ｆです）に

育くむべく、宮城先生のお知恵も是非拝借し、奮励したく思ってやみません。
　中山先生、高口先生、そして広尾学園の簗場先生、今後とも宜しくお願い申し上げます。
　ともあれ、２時すぎに始まり６時までの約４時間、熱気溢れる年度末に相応しい会合となりました。
　次回の、第８回「マス・フォーラム」は５月中旬から６月上旬に、YSFH で開催されます。参加者の皆さん、お疲れ様でした。
　ＹＳＦＨの増田さんは、大学進学後の次回からも是非、“創業者”の一人として，参加者へ種々のアドバイスをよろしくお願いします。

（休憩時間の談笑風景）

（第７回交流会の集合写真）

☆ 本校恩田直登君による角田予想の証明の概略

まず、Bigrassmanian 置換に関する角田予想とはなにか？を前号の記事から転載します：

（Bigrassmanian 置換の定義）

$x \in S_n$ （n 次対称群）に対し，

$D_L(x) := \{s_i \in S_n \mid x^{-1}(i) > x^{-1}(i+1)\},\ D_R(x) := \{s_i \in S_n \mid x(i) > x(i+1)\}$ とする．

このとき，$\#D_L(x) = \#D_R(x) = 1$ を満たす x を Bigrassmanian 置換という．

ここに，s_i は隣接互換，すなわち，S_n において，i 番目と j 番目を入れ替える互換 t_{ij} に対し，特に $j = i+1$ となるものを表すものとする．

（例） 3 次対称群 S_3 で考えてみる：

	x	$\#D_L(x)$	x^{-1}	$\#D_R(x)$	判定
①	$\begin{pmatrix}1&2&3\\1&2&3\end{pmatrix}$	0	$\begin{pmatrix}1&2&3\\1&2&3\end{pmatrix}$	0	×
②	$\begin{pmatrix}1&2&3\\1&3&2\end{pmatrix}$	1	$\begin{pmatrix}1&2&3\\1&3&2\end{pmatrix}$	1	○
③	$\begin{pmatrix}1&2&3\\2&1&3\end{pmatrix}$	1	$\begin{pmatrix}1&2&3\\2&1&3\end{pmatrix}$	1	○
④	$\begin{pmatrix}1&2&3\\2&3&1\end{pmatrix}$	1	$\begin{pmatrix}1&2&3\\3&1&2\end{pmatrix}$	1	○
⑤	$\begin{pmatrix}1&2&3\\3&1&2\end{pmatrix}$	1	$\begin{pmatrix}1&2&3\\2&3&1\end{pmatrix}$	1	○
⑥	$\begin{pmatrix}1&2&3\\3&2&1\end{pmatrix}$	2	$\begin{pmatrix}1&2&3\\3&2&1\end{pmatrix}$	2	×

∴ S_3 の Bigrassmanian 置換の個数は 4

（広尾学園の角田さんの予想）

n 次対称群の場合の Bigrassmanian 置換の個数は ${}_{n+1}C_3$

＜恩田直登君による角田予想の証明のスケッチ＞

Bigrassmanian 置換の個数を K_n とおく.

$$f=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n \\ f(1) & f(2) & f(3) & & f(n) \end{pmatrix}$$

について， $f(k)\neq k$ が成り立つ Bigrassmanian 置換は $n-1$ 個である.

$f(1)=1$ を満たす Bigrassmanian 置換の集合， $f(n)=n$ をを満たす Bigrassmanian 置換の集合，この 2 つを同時に満たす集合の 3 つのそれぞれの個数は， $K_{n-1}, K_{n-1}, K_{n-2}$ であるので，以下が成り立つ：

$$K_n=n-1+2K_{n-1}-K_{n-2}$$

あとは，数学的帰納法により， $K_n={}_{n+1}C_3$ であることを示す.

§５．数学科短信

① 第４回夏期数学科リレー講座の講義録が、学科ＨＰに掲載されました。

http://www.kaijo.ed.jp/education/subjects/mathematics/

内容は以下の通りです。

現代幾何学のひろがり

2013年度数学科夏期リレー講座(2012/8/19～8/24)

・初日　現代幾何学への案内　柴山・川崎

・2日目　① 非ユークリッド幾何の歴史　小林

② 計量と非ユークリッド幾何学　田村

③ 非ユークリッド幾何のモデルについて　田村

・3日目　球面幾何学　宮﨑・兼子

・4日目　射影幾何学　原・平山

・5日目　① 特殊相対性理論への誘い　上野・網谷

② ミンコフスキー幾何　上野・網谷

③ スライド　上野・網谷

④ $E=mc^2$　古田

・6日目　エルランゲン・プログラム　春木・小澤

・全日　授業レポートと担当者および受講者の声

ご覧いただけますと幸いです。

② 学科ＨＰにおける不定期連載「海城生に聞きました　～数学，ここがわからない～」の回答は現在，第７号まで掲載してございます。本校の数学教育の一端を垣間見て頂ければ幸いです。

③　2月に、福井県教育庁より、本校の授業を見学にいらっしゃいました。これを機に、教育県である福井県の数学教育について勉強できる機会を得ました。
また、岐阜県立可児高校からも見学にいらっしゃいました。首都圏の受験事情と、中京圏の受験事情についての情報交換、ならびに数学教育の意見交換と、談論風発致しました。
前号に引き続き、今号でも、全国津々浦々の先生方との交友を頂くことを大きな喜びとするところです。

④　明治図書刊の「数学教育」の5月号に当学科の小澤嘉康先生による「パラドックス」に関する記事が掲載される予定です。昨年発行された同誌の12月での寄稿はご好評が寄せられました。ご期待ください、

⑤　学期毎に行っている「数学科談話会」にて、本紙VOL②とVOL③でお伝えした「本校数学科のあゆみ」を元に、“海城学園数学科史”の講演を行いました。
VOL②で、現存する本校の最古の数学授業風景として1936年卒業生アルバムからの写真をご紹介差いましたが、その後の調査により、1931年卒業生アルバムが発見され、以下の写真が最古のものとなりました（佐藤徳治先生による3次方程式の授業のようです）。

また、「日土講習会」や「考へ方研究所」の主宰で名をはせた藤森良蔵氏が、受験数学教育の始祖とされている本校初代の数学教員のお一人である松岡文太郎先生が主宰された「数学雑誌」への寄稿を機に交友を持たれたようで、『幾何學考へ方と解き方』（藤森良蔵編 ；松岡文太郎閲，青野文魁堂，1918年）なる共著があります。我が国の受験数学教育の嚆矢がどのような大望を抱かれたか、を是非とも調査したく、今後の課題とした次第です。

数学科だより VOL⑤（了）