

# 数学科リレー講座初日

夏休み恒例の数学科リレー講座が、開講されました(24日の土曜日まで)。

4回目の今年は、「現代幾何学のひろがり」と題して、非ユークリッド幾何学をテーマの中心とします。

初日の今日は、今後6日間のガイダンスとして、毎日の聞き所をダイジェストで紹介。

柴山、川崎両先生が担当しました(柴山先生の講義風景(写真1))。



<写真1>

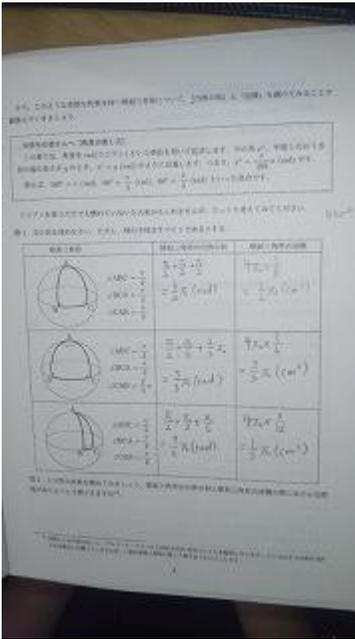
今年は過去最高の受講者数(60余名)となり、すっかりこの講座が夏休みに定着した印象です(写真2)。



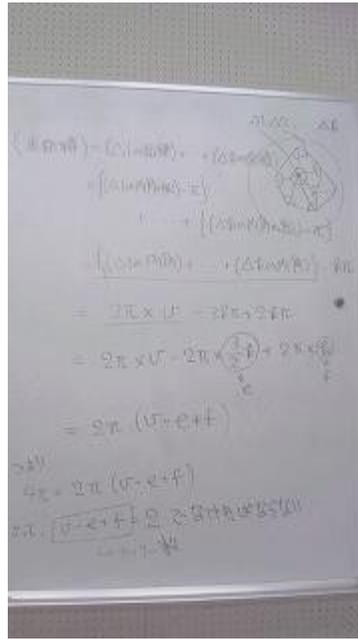
<写真2>

以下、初日のハイライトをご紹介します。

☆微分幾何と位相幾何とを橋渡する“ガウス・ボンネの定理”の原形の紹介(写真3、4)



<写真3.生徒のノートより>



<写真4>

☆デザルグの定理へのいざない～射影幾何学入門～(写真5、6)



<写真5.生徒のノートより>



<写真6>

【初日の感想】

(中1A君)

球面を三角形分割したときの表面積と内角の和の関係の話からオイラーの定理が導かれるのが分かり易かったです。

でも、僕にはなめらかな球面で成り立つことが、ゴツゴツした多面体にもあてはまるとは思えないです(編集子:実感できるようになりますから安心してください!)

とにかく、全体が面白くてよかったです。

(高1B君)

初日でガイダンスだけということでしたが、十分に面白い内容でした。遠近法を知り、美術と数学とが結びついているな、と思いました。美術が先か数学が先か、どちらなのでしょう？

(編集子の君はどちらだと思いますか？) 私は数学が先だと思います。つまり、数学の考えを美術が拝借したのではないのでしょうか。今年の中1の生徒が沢山参加されているようで、数学に興味を持つ後輩が沢山いてくれることをとてもうれしく思います。明日からいろいろな先生がどのような話をしてくださるのか、とても楽しみです。

なお、講座の詳細な様子については、数学科ホームページ中の、数学科だより(9月発行予定)でご報告致します。よろしかったらそちらも後日、ご一読ください。

## 数学科リレー講座第2日

第2日は2部構成で、第1部は「非ユークリッド幾何の歴史」、第2部は「非ユークリッド幾何のモデル」というテーマで行われました。

第1部では、非ユークリッド幾何が考え出された経緯を簡潔に説明し、第2部では、非ユークリッド幾何の世界を数式で表現したモデルについての導入を行いました。そこでは2種類のモデルが登場し、一口に非ユークリッド幾何学といっても色々なタイプがあることが分かりました。

第3日から第5日にかけて、非ユークリッド幾何のいくつかの例が紹介されていきます。



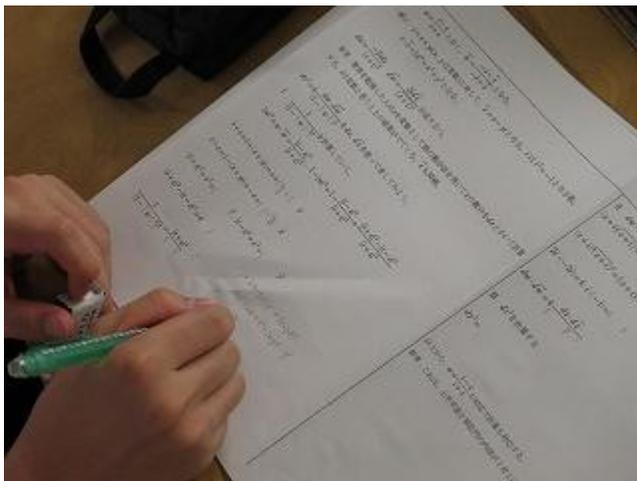
<写真1：第1部の様子、担当は小林教諭>



<写真2：第2部の様子、担当は田村教諭>



<写真3：生徒の様子>



<写真4：練習問題>

## 【感想】

(高1C君)

僕は今年初めてリレー講座に参加しました。なかなか難しいところもありますが、普段の授業では触れないような濃い内容の講義で、とても面白いです。

非ユークリッド幾何学という不思議な学問を通して、幾何に対する関心がより高まりました。3日目以降も楽しみです。

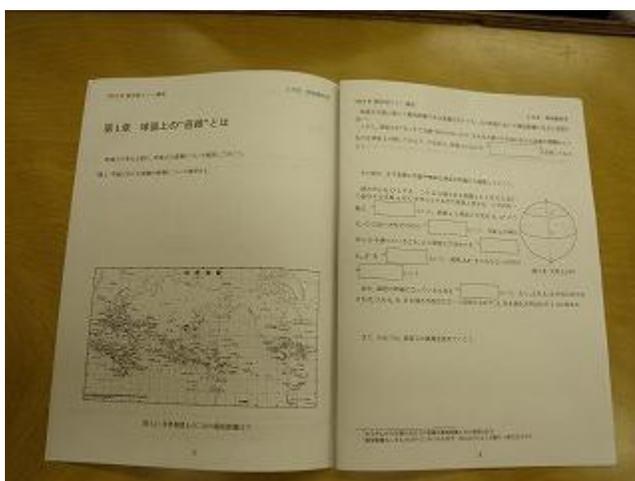
## 数学科リレー講座3日目

3日目の数学科リレー講座は兼子教諭による「球面幾何学」でした。

「球面上の二角形」や「三角形の内角の和が $180^\circ$ より大きい」など球面上での幾何を学びました。平面上では考えられないことが、球面の世界では考えられるということに興味をもった生徒が多くいました。



<写真1：講義中の兼子教諭>



<写真2：今回のテキストです>



<写真3：一生懸命答えています>

### 【感想】

(中1 D君) 難しい内容だったけど、理解することができてよかった。これから習う数学の授業が楽しみになった。

(中3 E君) 球面幾何はとても難しかった。(特に面積)でも何となくわかったような気がする。面白かったです。ありがとうございました。

(高1 F君) 平面では「2本の直線では図形ができない」と当然のように考えていたが、球面上だと2角形ができると聞いて、目から鱗だった。2次元だと考えられないことが、3次元では起こる。ということは3次元で考えられないことが、もっと上の次元では起こり得ると考えると、ますます「次元」とか「非ユークリッド幾何」について興味がわいてきた。

(高2 G君) 非ユークリッド幾何の一つを学べ、平面のときとの違いや対応に美しさを感じて面白かった。

### 【担当した兼子教諭】

球面幾何そのものがほぼ勉強のやり直しで中1～高2と幅広い年齢層に教える方法にはかなり苦労しました。しかし、三角比や微積分を使わずに初等的に説明するというのは、彼らが直観的に分かりやすだけでなく、自分にとってもいい勉強になりました。

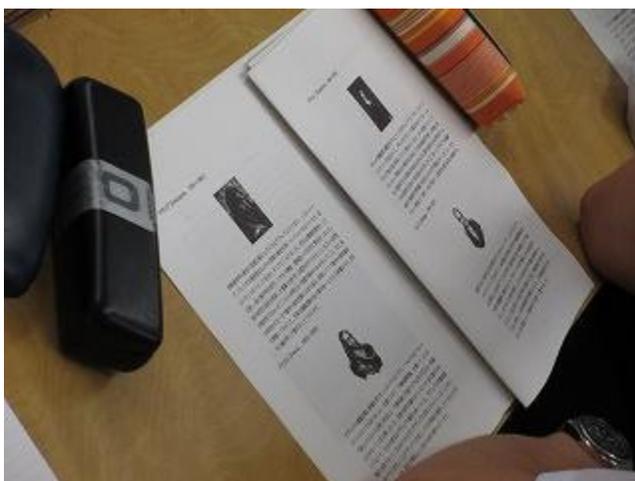
明日は「射影幾何」についてのお話です。楽しみですね。

# 数学科リレー講座 4 日目

4日目のテーマは、非ユークリッド幾何の2番目の例として射影幾何です。始めに射影幾何学の歴史を絵画と人物から紹介。次に数学的に、射影幾何の公理、射影直線や射影平面の厳密な定義を行い、平行線の交点となる無限遠点や無限遠直線を導入しました。射影幾何の性質として、配景変換、射影変換、複比について触れ、最後に、ソフト GRAPES を用いて、射影幾何で主要な定理であるデザルグ、パスカル、パプスの定理を視覚的に紹介しました。



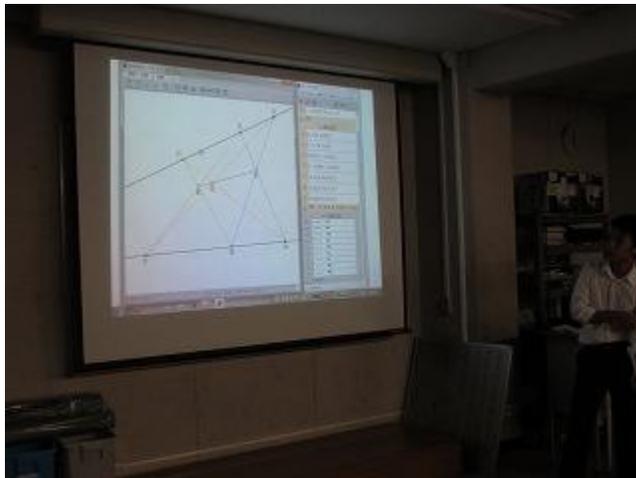
<写真 1 : 講義の様子 原教諭>



<写真 2 : 今日のテキスト>



<写真3：フェルメールの絵に無限遠点を書き入れる>



<写真4：パップスの定理>

### 【感想】

(高1H君)

やっぱり内容は難しめではあったけど、導入から親しみやすい例を使っていたり、ちょっとした演習や作図もあったりしたので、『楽習』できました。

(高1I君)

4日目のリレー講座は古い絵画や数学の歴史から始まった。そこから数々の定理についての説明があり、正直、難しくて理解できなかった所も多かったが、作図をしたり、図形が動くのを見ていると、面白かった。本当はその理由などを知りつくすのが良いのだろうけど、とりあえず自分が興味が無かった世界に触れられた感覚です。

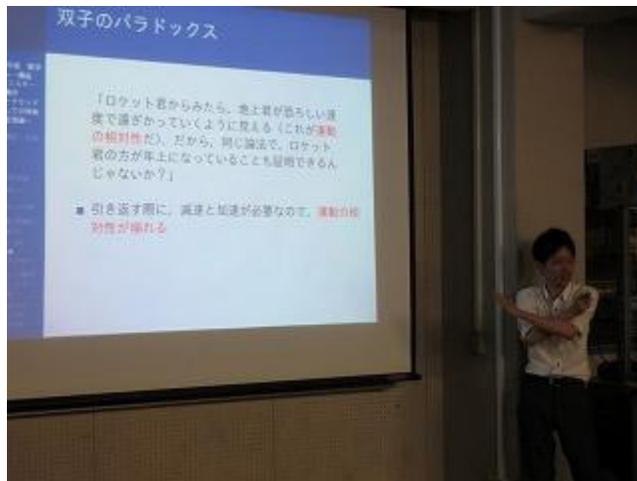
### 【担当した原教諭】

射影幾何学の複雑な図形を扱う難しい定理に生徒は興味を示してくれるだろうかと講習前は不安がありました。しかし、図形のアニメーションに目を輝かせながら、問題に挑戦をしている生徒の姿に安心をしました。中学2年生で学ぶ

知識をきちんと理解すれば、今回学んだ定理はより理解が深まると思います。私自身もとても勉強になりました。ありがとうございました。

## 数学科リレー講座 5 日目

数学科リレー講座 5 日目のテーマは「ミンコフスキー幾何」でした。ミンコフスキー幾何とは、特殊相対性理論を数学的に解釈した幾何学です。そのため、前半では物理学としての特殊相対性理論の概要を説明し、後半でその数学的枠組みを解説するという、2 部構成の 80 分間でした。また、物理科から古田教諭も参加され、「 $E=mc^2$ 」と原子核反応の関係を説明していただきました。



<写真 1 : 講義の様子 上野教諭>



<写真 2 : 古田教諭による「 $E=mc^2$ 」の解説>



<写真3：生徒の様子>

【感想】

(中1 A君)

幾何の性質が変わると、いろいろなものが変わることがわかった。

(中2 B君)

質量—エネルギー等価原理「 $E=mc^2$ 」についての話では、物理の古田先生が丁寧に教えてくださったので、ちゃんと理解することができました。

(高1 C君)

特殊相対性理論の概要は前から知っていましたが、どう数式を立てて考えるのか疑問に感じていました。今回の講座で、特殊相対性理論はミンコフスキー空間を考えることで数式によって表現でき、その空間は従来のユークリッド幾何と虚数を介してつながっていると知りました。それにはとても驚き、興味深いものを感じられました。

(高2 D君)

相対性理論の考え方を生かして新しい空間を定義するという考え方が面白かった。具体的には、「光速」を不変量として扱うことから始まることがわかった。逆に、ある量があれば、その量が不変となるように新しい空間を定義することも可能だと思った。現実の必要性に応じて幾何を作っていくことが可能であり、そのように新しい世界を作る面白さを感じた。

最終日は、春木教諭によるエルランゲン・プログラムの解説です。今まで登場した幾何学たちが、「ある概念」を用いて整然と統合されていく様に活目しましょう。

# 数学科リレー講座 最終日

月曜日から始まったリレー講座もいよいよ最終日になりました。今日はクラインの「エルランゲン・プログラム」についてです。これまでいろいろな非ユークリッド幾何の例を見てきましたが、それらとユークリッド幾何学をすべてまとめて射影幾何学の一部としてとらえる統一理論です。そのための道具として図形の動かし方をまとめた「変換群」という考え方が登場しました。途中で小澤先生に、2年前のガロア理論の講座をもとにして「群」の基本について10分ほど講義をしていただきました。その後合同変換、アフィン変換、射影変換のイメージを伝えるところを重点的に話しました。最後に射影変換群の部分群として球面や双曲面を不変にする群が現れてメデタシメデタシ、のはずなのですが、行列表示からは駆け足だったのでどうだったでしょうか…？  
(春木教諭)



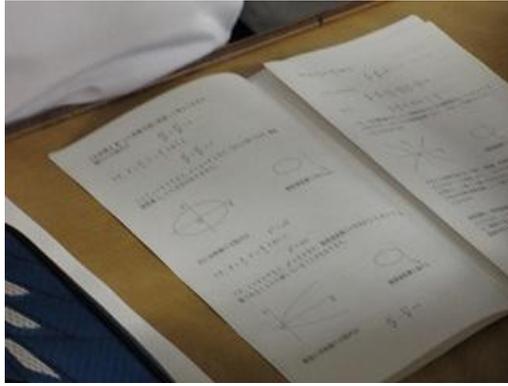
<写真1>  
講義の最初は「対称性について」



<写真2>  
クラインの写真を見ながら  
歴史的な背景と概要を説明



<写真3 小澤先生の「群」の基本的な考え方の講義>



<写真4 テキストには2次曲線の分類>



<写真5 コンビニのレジ袋で射影平面を実演中>

## 【感想】

(高1A君)

今日でリレー講座は終わりですが、これからも幾何学の勉強をしてみたいと思いました。今日の講義はとても刺激的でした。まさか幾何学と群論が結びつくとは・・・また、アフィン変換という図形の変換を考えて今までの変換を部分群にしたのがすごかった。射影幾何学は全ての幾何学の統一理論なのもすごかった。

(高1B君)

「群」の話が出てきて、今までの非ユークリッド幾何や射影幾何の話がまとまっていくのがよく分かった。高1の僕としては「群」の話の中で見慣れた「クマ」が出てきたのはとても嬉しかった。